

APPLICATION DE LA MÉTHODE DU MOIRÉ A LA MESURE DES DÉFORMATIONS SUR LE MATÉRIAU BOIS ⁽¹⁾

par Ch. SALES,

*Ingénieur de Recherches
au Centre Technique Forestier Tropical.*

APPLICATION DE LA TECHNIQUE A LA MESURE DES DÉFORMATIONS DE POUTRES LAMELLÉES-COLLÉES

GÉNÉRALITÉS

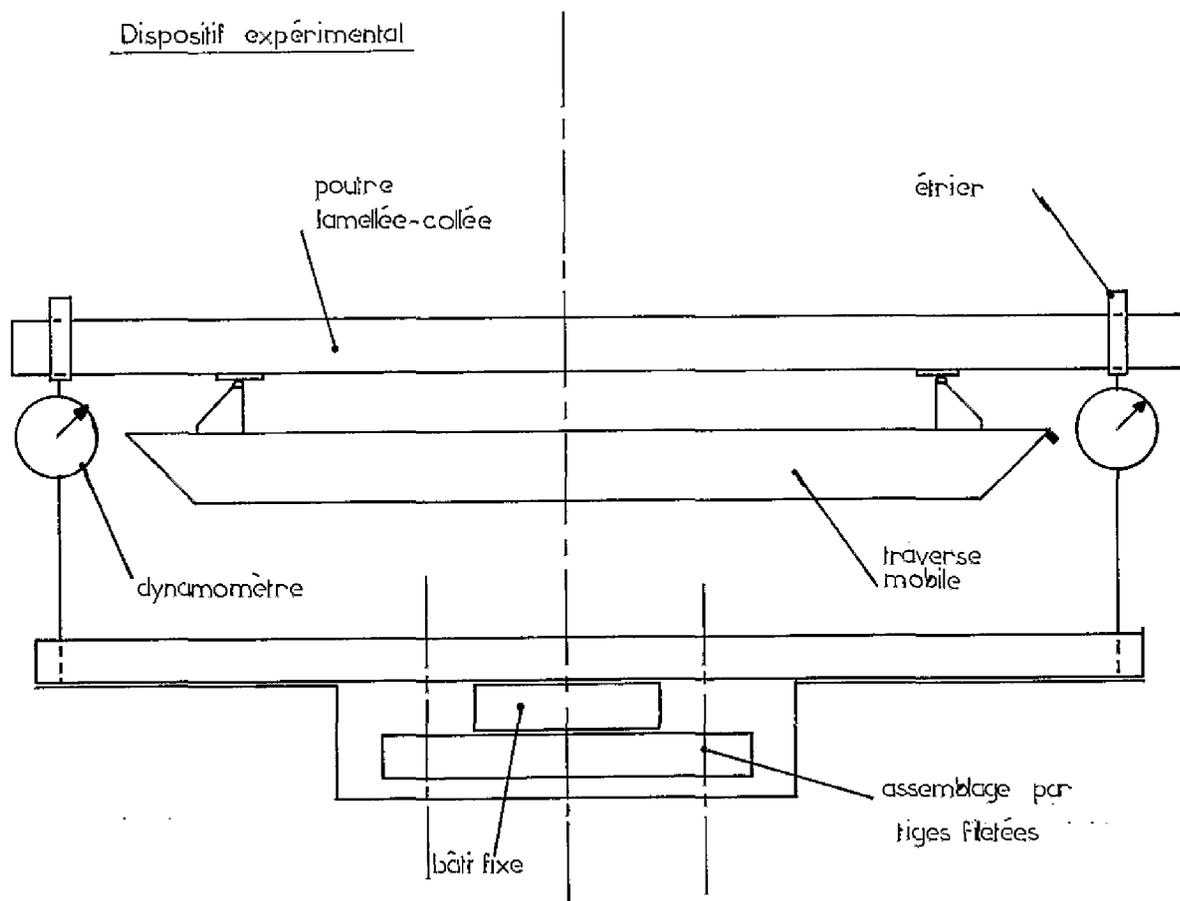
Les essais entrepris au CENTRE TECHNIQUE FORESTIER TROPICAL sur l'étude de l'aptitude au collage des bois tropicaux avaient montré l'insuffisance des techniques de mesure couramment employées jusqu'alors dans le domaine de l'élasticité du bois. En effet, si la plupart d'entre elles permettaient un certain nombre de mesures globales des caractéristiques mécaniques d'éléments lamellés-collés, elles ne permettaient absolument pas de visualiser et *a fortiori* de mesurer les phénomènes liés au comportement des joints de colle. Ainsi, il n'était pas possible de mettre en évidence, s'ils existent, d'éventuels glissements des lamelles l'une par rapport à l'autre. En outre, on ignorait totalement quelle pouvait être la répartition des contraintes autour de défauts tels que les nœuds et leur influence particulière sur le comportement mécanique d'une telle structure.

L'élément qui a été retenu pour aborder la mise en œuvre de la technique du Moiré sur le bois est une poutre lamellée-collée composée de six lamelles de Fraké (*Terminalia superba*) de 20 mm d'épaisseur. De toutes les espèces tropicales, cette essence est actuellement la plus couramment employée en charpente lamellée-collée. En outre, les propriétés physiques et mécaniques du bois massif sont parfaitement connues.

La poutre a été réalisée dans le laboratoire de collage de la Division d'ESSAIS et EMPLOIS DES BOIS du CENTRE TECHNIQUE FORESTIER TROPICAL. Le bois présentait au moment du collage une humidité de 12 %. La colle utilisée est une colle résorcine classique mise en œuvre selon les prescriptions du fabricant.

Deux grilles pointillées à réseaux croisés de 25 traits/mm sont collées, l'une, sur une face latérale de la poutre, l'autre, sur la face supérieure afin de mesurer la déformation maximum sur la face la plus tendue.

(1) La première partie de cette étude a été publiée dans le numéro 173, p. 49.



DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Le dispositif expérimental se compose d'une presse de portée de 30 t spécialement équipée. En effet, de manière à obtenir une zone de flexion circulaire pure suffisamment importante, il était nécessaire d'augmenter la distance entre appuis. D'une manière générale, on considère que les perturbations dues aux appuis interviennent sur une longueur égale à 4 fois la hauteur fléchie de la pièce sollicitée en flexion.

Dans ce but, un système de rails, solidaires du bâti fixe de la machine a permis à partir d'un système d'étriers (voir schéma du dispositif expérimental) de rejeter les points d'application des charges au-delà des appuis. Le bras de levier ainsi obtenu est d'environ 75 cm.

Ce dispositif (fig. 4) permet de garantir une zone de flexion circulaire pure d'une longueur minimum de 40 cm. Les charges appliquées à chaque extrémité sont mesurées grâce à deux dynamomètres. Les résultats des mesures ont

montré une excellente symétrie dans le système d'application des charges.

L'interprétation des résultats étant basée sur l'examen des différents systèmes de franges obtenus, il était nécessaire de mettre au point un dispositif permettant de photographier régulièrement au cours d'une variation progressive de la charge appliquée, les systèmes de franges obtenus. Cela a pu être réalisé à partir de 2 appareils photographiques à déclenchement et enroulement automatiques commandés par un signal électrique de fréquence préalablement déterminée en fonction du temps désiré entre chaque prise de vue. Les appareils étaient maintenus en place, après réglage des différents paramètres, grâce à un système mécanique solidaire de la traverse mobile de la machine.

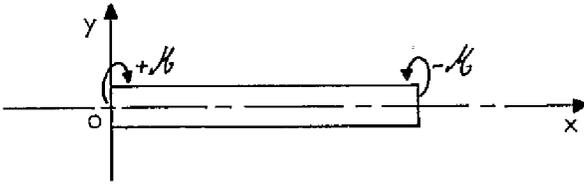
Deux projecteurs convenablement disposés fixés soit au bâti de la machine, soit à la traverse mobile, ont permis d'obtenir l'éclairage nécessaire aux prises de vue.

ÉTUDE THÉORIQUE DE LA FLEXION CIRCULAIRE PURE

Généralités.

Une poutre, de forme prismatique, soumise à chacune de ses extrémités aux seuls couples $+M$ et $-M$ dus à l'application de certaines charges est dite en flexion circulaire ou flexion pure :

Une section droite reste plane et normale après déformation à une surface dite neutre ou ligne neutre en élasticité plane. Le plan de référence est ici constitué par le repère xOy .



Relation Module d'élasticité déformation.

Considérons un élément de poutre après déformation et sur lequel est appliquée une charge constante. Il est limité par les sections AA' et BB' , l'axe des x représente la fibre neutre.

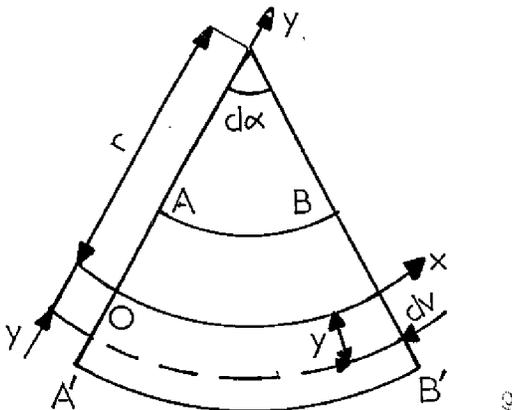
Soit r le rayon de courbure de la surface neutre après déformation et $d\alpha$ l'angle entre les sections droites de notre petit élément de poutre :

On a :

$$dx = r d\alpha.$$

Soit dv la variation de longueur d'un élément de fibre situé à la distance y de la fibre neutre. La variation de longueur d'une telle fibre entre les deux sections planes AA' et BB' sera égale à : $y d\alpha$, la longueur de la fibre neutre étant constante par hypothèse :

$$y d\alpha = y \frac{d\alpha}{r} = dv.$$



La variation de longueur de la fibre considérée est égale à :

$$dv = e dx$$

où e représente la déformation linéaire selon l'axe Ox (soit // à la fibre neutre)

$$e = \frac{dv}{dx} = \frac{y r d\alpha}{dx} = \frac{y}{r} d\alpha.$$

La contrainte dans la direction de la déformation (soit // à Ox) est proportionnelle au module d'élasticité E du matériau considéré et à la déformation :

$$\sigma = e \cdot E = E \cdot \frac{y}{r} d\alpha.$$

La barre étant en équilibre cela implique que la résultante des forces appliquées est nulle. La force élémentaire est égale à $\sigma \cdot ds$ et à l'équilibre nous avons :

$$\int \sigma ds = \int E \frac{y}{r} ds = 0 \Rightarrow \int y ds = 0$$

d'où $y = 0$ et la ligne neutre est le centre de gravité des sections.

A l'équilibre, le moment du couple résultant des forces élémentaires est égal au moment du couple des forces extérieures, soit :

$$\int y \cdot \sigma \cdot ds = M$$

soit :

$$\int y \cdot E \frac{y d\alpha}{r} ds = M = \frac{E}{r} \int y^2 ds$$

$\int y^2 ds = I$, moment d'inertie de la section par rapport à l'axe Ox (\perp en O au plan xOy).

Ainsi, nous aurons : $E I / r = M$, avec $r = y/e$ d'où :

$$e = \frac{M \cdot y}{E I}.$$

Conclusion.

Lors d'un essai de flexion sur une poutre de longueur l , de hauteur fléchie h et de largeur b , nous aurons donc :

$$e = \frac{dv}{dx} = \frac{dl}{l} dx = dl$$

sur toute la poutre et $dv = dl$.

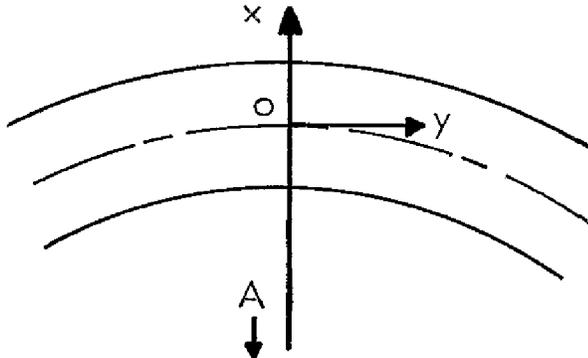
Le module d'élasticité sera égal à :

$$E = \frac{M y}{I} \cdot \frac{1}{\left(\frac{dl}{l}\right)}.$$

**ÉTUDE THÉORIQUE DES FRANGES DE MOIRÉ
SUR LA FACE LATÉRALE D'UNE POUTRE PRISMATIQUE
SOLLICITÉE EN FLEXION CIRCULAIRE PURE**

Quel que soit le cas envisagé dans ce qui suit le Moiré initial est obtenu à partir d'un décalage tel que, λ soit positif.

Cas du réseau témoin perpendiculaire à l'axe longitudinal de la poutre.



$OA = R$ (rayon de courbure de la poutre sous une contrainte donnée).

Les calculs indiqués p. 52 (B. F. T. n° 173) permettent d'écrire les équations des lignes constituant les deux réseaux :

— réseau témoin :

$$x = kp(1 - \lambda)$$

— réseau déformé :

$$x = lp + y \frac{lp}{R}$$

L'équation du système de franges de Moiré est obtenue à partir de la relation $K - l = m$ d'où :

$$\frac{x}{P(1 - \lambda)} - \frac{x}{P + \frac{py}{R}} = m$$

soit en réduisant au même dénominateur :

$$\frac{1}{P} \left(\frac{x(1 + y/R) - x(1 - \lambda)}{(1 - \lambda) \left(1 + \frac{y}{R}\right)} \right) = m$$

et

$$x(1 + y/R) - x(1 - \lambda) = mp(1 - \lambda) \left(1 + \frac{y}{R}\right)$$

L'équation devient alors :

$$x \cdot y/R + \lambda x - mp(1 - \lambda) \frac{y}{R} = mp(1 - \lambda)$$

en multipliant les deux membres par R :

$$xy + \lambda Rx - mp(1 - \lambda)y = mpR(1 - \lambda)$$

$$\begin{aligned} (x - mp(1 - \lambda))(y + \lambda R) &= mpR(1 - \lambda) - mp\lambda R(1 - \lambda) \\ &= mpR(1 - \lambda - \lambda + \lambda^2) \\ &= mpR(1 - \lambda)^2. \end{aligned}$$

Un changement d'axe qui a $x - mp(1 - \lambda)$ fera correspondre X et $y + \lambda R$, Y permettra d'obtenir une équation analytique simple du faisceau de franges :

$$XY = mpR(1 - \lambda)^2.$$

Il s'agit donc de l'équation d'un faisceau d'hyperboles équilatères d'asymptotes parallèles à OX et OY passant par les points :

$$\begin{cases} x = mp(1 - \lambda) \\ y = -\lambda R. \end{cases}$$

En réalité, λ étant un infiniment petit du premier ordre ($\lambda \approx 1\%$) on peut assimiler le terme en $(1 - \lambda)^2$ à 1 et, en fonction de cette approximation, $XY = mpR$.

Il est alors possible de calculer la pente de la tangente à l'hyperbole en un point de la poutre d'ordonnée y_0 , dans ces conditions :

$$Y_0 = \lambda R + Y_0 \quad \text{et} \quad Y = Rmp/X$$

d'où :

$$X_0 = Rmp/(\lambda R + Y_0)$$

la dérivée de la fonction $Y = f(X)$ en $y = y_0$ s'écrira

$$Y' = -Rmp/X^2 = -\frac{(\lambda R + y_0)^2}{Rmp}$$

et, en mettant R en facteur :

$$Y' = \frac{2R^2}{Rmp} \left(1 + \frac{y_0}{\lambda R}\right)^2$$

si h est la hauteur fléchie de la poutre y_0 peut varier de $-h/2$ à $h/2$. En outre, pour des déformations relativement faibles R est grand et $h/2$ est petit devant le produit λR . En première approximation on peut donc assimiler $y_0/\lambda R$ à un infiniment petit du premier ordre et Y' devient :

$$\boxed{Y' = \frac{-\lambda^2 R}{mp}} \quad (8)$$

La pente de la tangente étant donc constante en tout point de l'hyperbole, les franges de Moiré peuvent être assimilées en première approximation à un faisceau de droites d'équation :

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{-\lambda^2 R}{mp}$$

avec

$$x_0 = X_0 + mp = \frac{Rmp}{\lambda R + y_0} + mp.$$

Si l'on considère y_0 petit devant λR :

$$x_0 \simeq \frac{hmp}{\lambda R} + mp$$

et comme λ est lui-même très petit devant mp , mp/λ est grand devant mp d'où l'approximation :

$$x_0 \simeq mp/\lambda$$

En rapportant la valeur de x_0 dans l'équation précédente :

$$y - y_0 = \frac{-\lambda^2 R}{mp} \left(x - \frac{mp}{\lambda} \right) = \frac{-\lambda^2 R}{mp} x + \lambda R$$

et

$$y = -\frac{\lambda^2 R}{mp} x + \lambda R + y_0$$

y_0 étant petit devant les deux autres termes il vient en première approximation :

$$y = -\frac{\lambda^2 R}{mp} x + \lambda R$$

L'équation $y = f(x)$ est l'équation représentative d'un faisceau de droites passant par le point

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda R \end{cases}$$

et par les points successifs de l'axe neutre tels que :

$$\begin{cases} x = \frac{mp}{\lambda} \\ y = 0 \end{cases}$$

REMARQUE : Les calculs p. 43 ont montré que le rayon de courbure de la poutre était égal à EI/M et la déformation maximale à My/EI avec $y = h/2$ (h étant la hauteur fléchie de la poutre). En combinant ces deux équations, on peut exprimer la déformation en fonction du rayon de courbure, en effet :

$$e = \frac{Mh/2}{EI} = \frac{h}{2R}$$

Dans notre cas, $h/2 = 5,7 \cdot 10^{-2}$ m, d'où :

$$R = \frac{5,7 \cdot 10^{-2}}{e}$$

En outre, y_0 est toujours inférieur ou tout au plus égal à $h/2$ d'où :

$$\frac{y_0}{\lambda R} \leq \frac{h/2}{\lambda R} = \frac{e}{\lambda}$$

pour une déformation de l'ordre de 10^{-3} , $R = 57$ m. D'autre part, la poutre comportant comme nous l'avons vu une partie en compression, on prend comme valeur moyenne de λ , $\lambda = 10^{-2}$.

Dans ces conditions, $\lambda R = 57$ cm et

$$y_0/\lambda R \frac{5,7}{57} = 0,1$$

De la même manière, pour une déformation de $5 \cdot 10^{-3}$ on aurait :

$$R = \frac{5,7 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-3}} = 11,4 \text{ m}$$

et

$$y_0/\lambda R \frac{5,7}{11,4} = 0,5$$

Pour des déformations supérieures à 10^{-3} , $y_0/\lambda R$ peut être supérieur à 0,1 et ne peut plus être considéré comme systématiquement négligeable. Il n'est plus possible d'assimiler alors le faisceau de franges à un faisceau de droites. Les photos 2 et 3 illustrent ce phénomène. En effet, les déformations mesurées parallèlement à OX (perpendiculaire aux traits du réseau témoin) le long des axes 1 et 2 sont respectivement de $0,86 \cdot 10^{-3}$ et $1 \cdot 10^{-3}$.

Les déformations mesurées sont quasiment constantes le long de ces axes équidistants de la fibre neutre.

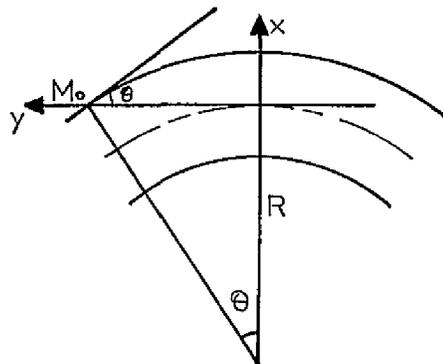
La déformation maximale correspondant aux zones les plus éloignées de la fibre neutre est très supérieure à $1 \cdot 10^{-3}$ ce qui a été retenu comme critère de base dans l'étude théorique. Dans ces conditions, l'allure générale des faisceaux de franges a bien la forme d'hyperboles équilatères.

Cas du réseau initial parallèle à la fibre neutre.

Le trait du réseau déformé en arc de cercle de rayon R fait en $M_0(x_0, y_0)$ un angle avec Oy tel que :

$$\sin \theta = \frac{y_0}{R}$$

R étant grand, $\sin \theta$ est petit et le sinus peut être assimilé à l'angle. Ainsi, au voisinage de M_0 tout le réseau est incliné de $\theta = y_0/R$ par rapport au réseau témoin.



DÉFORMATIONS LONGITUDINALES SUR LA FACE LATÉRALE
D'UNE POUTRE LAMELLÉE-COLLÉE

Photo n° 2.

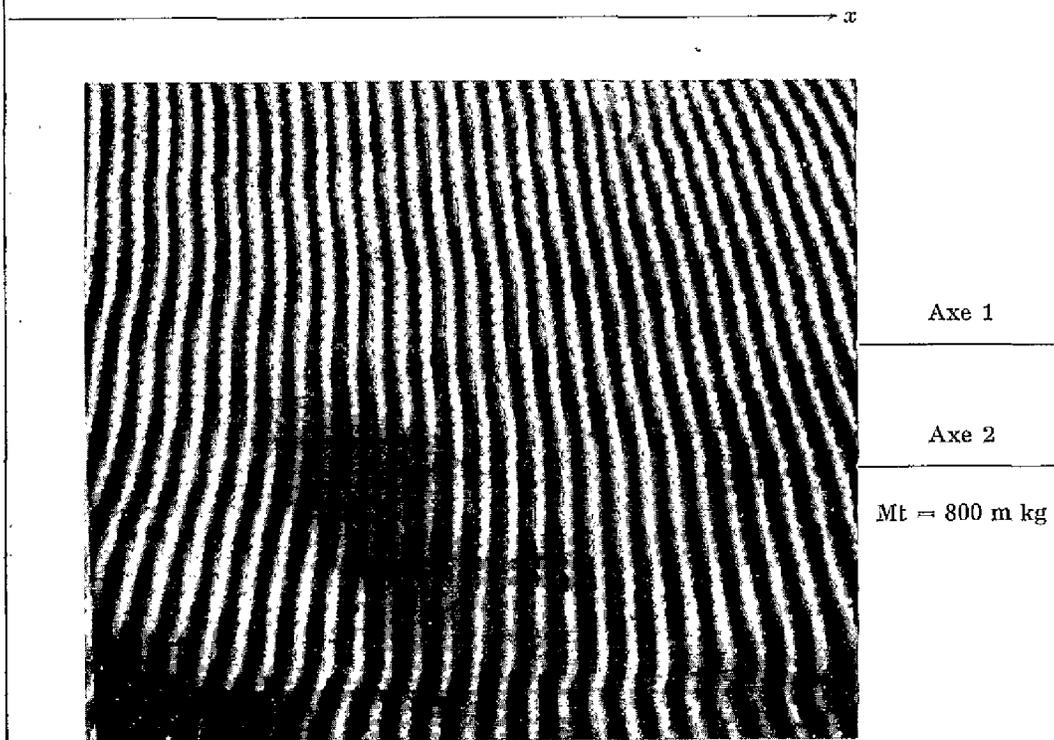
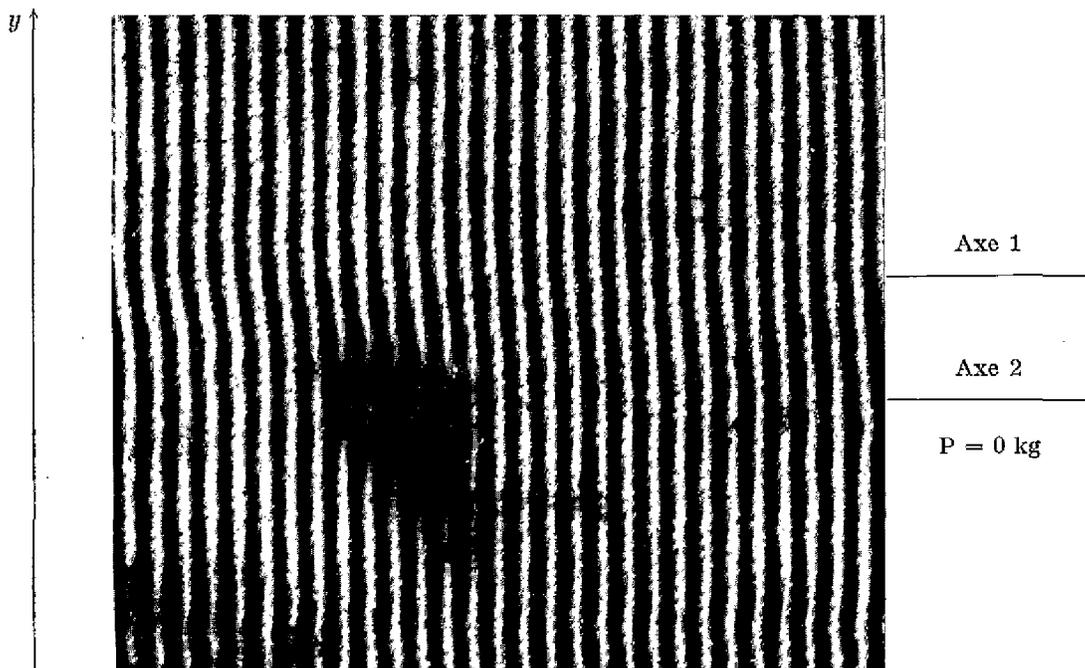


Photo n° 3.

L'angle que fait chaque frange de Moiré avec Ox a été calculé p. 54, *B. F. T.* n° 173.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\lambda}{\theta}$$

d'où dans ce cas :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\lambda R}{y_0}$$

Elle fera avec l'axe Oy un angle

$$\beta' = \pi/2 - \beta$$

tel que :

$$\operatorname{tg} \beta' = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \beta \right)$$

d'où :

$$\operatorname{tg} \beta' = \operatorname{cotg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta}$$

et :

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{y_0}{\lambda R}$$

Or $y_0/\lambda R$ est suffisamment petit (pour les grands rayons de courbure) pour que l'on puisse assimiler l'angle à la tangente ou au sinus.

Ainsi :

$$\operatorname{tg} \beta' = \sin \beta' = y_0/\lambda R$$

Les franges de Moiré sont donc des arcs de cercle de rayon λR .

Cette méthode approchée peut être complétée par une étude plus mathématique. En effet, le calcul des équations analytiques des traits des réseaux nous donne :

Réseau témoin :

$$x = kp(1 + \lambda)$$

Réseau déformé :

$$(x + R)^2 + y^2 = (R + lp)^2$$

L'équation du faisceau de frange, déterminée à partir de la relation $k - l = m$, sera :

$$\frac{x}{P(1 + \lambda)} - \frac{\sqrt{(x + R)^2 + y^2} - R}{P} = m$$

et

$$\frac{x}{P(1 + \lambda)} - m + \frac{R}{P} = \frac{\sqrt{(x + R)^2 + y^2}}{P}$$

En multipliant les deux membres par P , il vient :

$$\frac{x}{1 + \lambda} - mp + R = \sqrt{(x + R)^2 + y^2}$$

et :

$$\left(\frac{x}{1 + \lambda} - mp + R \right)^2 = (x + R)^2 + y^2$$

$$\frac{x^2}{(1 + \lambda)^2} - \frac{2mpx}{1 + \lambda} + \frac{2xR}{1 + \lambda} + m^2 p^2 - 2mpR + R^2 = x^2 + 2xR + R^2 + y^2$$

$$x^2 \left(\frac{1}{(1 + \lambda)^2} - 1 \right) + 2x \left(\frac{R}{1 + \lambda} - R - \frac{mpx}{1 + \lambda} \right) - y^2 = 2mpR - m^2 p^2$$

$$x^2 \left(\frac{1 - 1 - 2\lambda - \lambda^2}{(1 + \lambda)^2} \right) + 2x \left(\frac{-R\lambda - mp}{1 + \lambda} \right) - y^2 = 2mpR - m^2 p^2$$

et :

$$x^2 \left(\frac{2\lambda + \lambda^2}{(1 + \lambda)^2} \right) + 2x \left(\frac{R\lambda + mp}{1 + \lambda} \right) + y^2 = m^2 p^2 - 2mpR$$

λ^2 pouvant être considéré comme un infiniment petit du second ordre devant 2λ et λ comme un infiniment petit du premier ordre devant 1, il vient :

$$2\lambda + \lambda^2 \simeq 2\lambda$$

et

$$1 + \lambda \simeq 1$$

$$2\lambda x^2 + 2(XR + mp)x + y^2 = m^2 p^2 - 2mpR$$

En divisant les deux membres de l'équation par 2λ il vient :

$$x^2 + \frac{y^2}{2\lambda} + 2\left(\frac{\lambda R + mp}{2\lambda}\right)x = \left(\frac{m^2 p^2 - 2mpR}{2\lambda}\right)$$

et en regroupant les termes :

$$\begin{aligned} \left(x^2 + \frac{\lambda R + mp}{2\lambda}\right)^2 + \frac{y^2}{2\lambda} &= \left(\frac{\lambda R + mp}{2\lambda}\right)^2 + \frac{m^2 p^2 - 2mpR}{2\lambda} \\ \left(x + \frac{\lambda R + mp}{2\lambda}\right)^2 + \frac{y^2}{2\lambda} &= \frac{\lambda^2 R^2 + m^2 p^2 + 2\lambda Rmp + m^2 p^2 (2\lambda)^2 - 2mpR(2\lambda)^2}{(2\lambda)^2} = \\ &= \left(\frac{1}{2\lambda}\right)^2 (\lambda^2 R^2 + m^2 p^2 (1 + 4\lambda^2) + 2mp\lambda R(1 - 4\lambda)) \end{aligned}$$

λ étant petit devant un on peut écrire en faisant les approximations correspondantes :

$$\left(x + \frac{\lambda R + mp}{2}\right)^2 + \frac{y^2}{2\lambda} \simeq \left(\frac{\lambda R + mp}{2\lambda}\right)^2.$$

Le changement de variable

$$X = x + \frac{\lambda R + mp}{2}$$

($X = x + R/2$ en première approximation) fait apparaître l'équation d'une ellipse

$$\frac{X^2}{\left(\frac{\lambda R + mp}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{\lambda R - mp}{\sqrt{2\lambda}}\right)^2} = 1.$$

Les franges de Moiré sont donc constituées par une famille d'ellipse de :

— demi grand axe (selon Ox)

$$a = \frac{\lambda R - mp}{2\lambda} \simeq \frac{R}{2}$$

— demi petit axe (selon Oy)

$$b = \frac{\lambda R - mp}{\sqrt{2\lambda}} \simeq \frac{R}{2}\sqrt{2\lambda}.$$

Enfin, on peut remarquer qu'au sommet du grand axe, l'ellipse est proche du cercle de rayon $b^2/a = \lambda R$, résultat trouvé au début de l'étude par une méthode approchée.

Le système de franges de la photo 4 a été obtenu à partir de la déformation sous un moment fléchissant de $800 \text{ m} \times \text{kg}$ d'un Moiré initial obtenu à partir d'un réseau témoin parallèle à l'axe longitudinal de la poutre, sollicitée en flexion. L'examen de cette photo confirme les résultats précédents. En effet, elle met bien en évidence la déformation des franges en arc de cercle, tout au moins en première approximation. La zone centrale correspond à un système initial de Moiré nul.

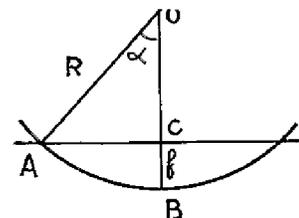
De manière à vérifier par l'expérience les résultats théoriques ainsi que la légitimité des approximations qui ont été faites, le rayon de courbure a été mesuré approximativement sur quelques franges de la partie inférieure de la photo.

En effet, si O est le centre du cercle, on a :

$$\cos \alpha = \frac{OC}{OA}$$

avec :

$$OC = R - f$$



et

$$\cos \alpha = \frac{R-f}{R}$$

d'où :

$$R \cos \alpha = R - f \quad (9)$$

et

$$f = R(1 - \cos \alpha)$$

avec

$$\sin \alpha = \frac{AC}{OA} = \frac{AC}{R}$$

Si α est petit, on peut remplacer en première approximation : $\sin \alpha$ par α , et $\cos \alpha$ par

$$1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

il vient :

$$f = R \cdot \frac{\alpha^2}{2} = \frac{R}{2} \cdot \frac{AC^2}{R^2}$$

d'où

$$R = f \cdot \frac{AC^2}{2f}$$

Dans notre cas, f et AC peuvent être directement mesurés sur la photo du Moiré, toutefois, le rayon de courbure est ici trop faible pour que l'on puisse assimiler α à $\sin \alpha$. Il vient

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

d'où :

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{AC^2}{R^2}}$$

MESURE DES DÉFORMATIONS DANS LE SENS AXIAL

Introduction.

La mesure des déformations dans le sens axial s'effectue en plaçant le réseau témoin perpendiculairement à l'axe longitudinal de la poutre. Une montée en charge progressive et des photos prises à intervalles réguliers permettent de mesurer la déformation sur chaque lamelle.

Etude de la fibre neutre.

L'examen des différents systèmes de franges (voir photos 6, 7 et 8) révèle l'excellente tenue des joints de colle. En effet, il n'apparaît pas de glissement sensible des lamelles l'une par rapport à

et l'équation (9) devient :

$$R^2 \left(1 - \frac{AC^2}{R^2}\right) = R^2 + f^2 - 2fR$$

$$R^2 - AC^2 = R^2 + f^2 - 2fR$$

et

$$R = \frac{f^2 + AC^2}{2f} \quad (10)$$

Le rayon de courbure expérimental moyen du système de frange considéré est de 50 cm.

L'étude théorique effectuée au même chapitre a montré que ce rayon de courbure pouvait également se calculer de manière différente à condition de disposer du rayon de courbure réel R de la poutre et de la valeur de λ ($R = \lambda \cdot r$). Le rayon de courbure de la poutre a pu être calculé à partir de la mesure de sa flèche lorsqu'elle est soumise à un moment fléchissant maximum de $800 \text{ m} \times \text{kg}$. Toutefois, le rayon de courbure étant très grand, l'approximation sur α est, dans ce cas, justifiée et :

$$r = \frac{AC^2}{2f} = 53 \text{ m}.$$

La mesure de l'interfrange f_x (interfrange selon la direction Ox) permet le calcul de $\lambda = P/f_x$ (voir p. 52, B. F. T. n° 173). Ici, l'interfrange moyen dans la zone considérée est de 4,5 mm et donc $\lambda = 8,9 \cdot 10^{-3}$.

D'où $R = 47 \text{ cm}$, valeur relativement proche de celle trouvée expérimentalement par la mesure directe du rayon de courbure des franges de Moiré ce qui confirme les résultats théoriques obtenus par le calcul.

l'autre dans la zone de contrainte étudiée, c'est-à-dire en deçà de la limite de déformation linéaire de la fibre. L'ouverture ou la fermeture des joints, c'est-à-dire leur déformation dans le sens transversal sera étudiée ultérieurement. Toutefois, il semble, *a priori*, que l'on ait dans une telle structure une continuité parfaite des propriétés du matériau bois d'une lamelle à l'autre.

A la suite de ces observations qualitatives, il est apparu intéressant d'analyser le comportement de chaque lamelle lorsque la poutre était sollicitée en flexion circulaire pure. Pour cela, la déformation de la fibre a été mesurée à des distances différentes du joint médian séparant la poutre en deux parties



Photo n° 4. — $Mt = 800 \text{ m Kg}$ (moment fléchissant maximum) $\sigma = 0$.

symétriques de 3 lamelles chacune. Les points de mesure ont été repérés sur un axe Oz perpendiculaire à l'axe longitudinal de la poutre et dirigé selon la direction fléchie : les familles de courbes $z = f(e)$, figure 5 donnant la déformation en fonction de la cote z pour une contrainte donnée confirment :

— L'existence d'une ligne de déformation nulle ($e = 0$) ou fibre neutre située à la moitié de la hauteur de la poutre, et coïncidant avec le joint médian séparant symétriquement la poutre en deux fois 3 lamelles.

— L'existence d'une zone sollicitée en tension, déformations positives, et d'une zone sollicitée en compression, déformations négatives.

Les courbes de déplacement obtenues en étudiant le déplacement du lieu géométrique des points situés à une distance constante de la fibre neutre sont des droites. La zone étudiée par la technique du Moiré est donc bien sollicitée en flexion circulaire pure et la déformation de la fibre est donc constante pour tous les points situés à égale distance de la fibre neutre.

En outre, la déformation varie linéairement en fonction de la charge ce qui confirme l'existence

d'une déformation linéaire pour le matériau bois selon la loi de Hooke : $\sigma = E \cdot e$ où σ est la contrainte appliquée et e la déformation associée.

Etude du comportement élastique du bois.

L'étude menée dans le paragraphe précédent a permis de confirmer l'existence, dans une poutre sollicitée en flexion pure, d'une ligne de déformation nulle ou fibre neutre.

Dans ces conditions, il est possible de calculer en tout point situé à une distance donnée de la fibre neutre la contrainte de sollicitation de la fibre dans le sens axial.

En effet, nous avons démontré dans l'étude théorique de la flexion circulaire que :

— La relation classique de résistance des matériaux donnant la contrainte en un point situé à une distance donnée de la fibre neutre d'une poutre sollicitée en flexion circulaire pure est :

$$\sigma = \frac{M^t \cdot y}{I} \quad (10)$$

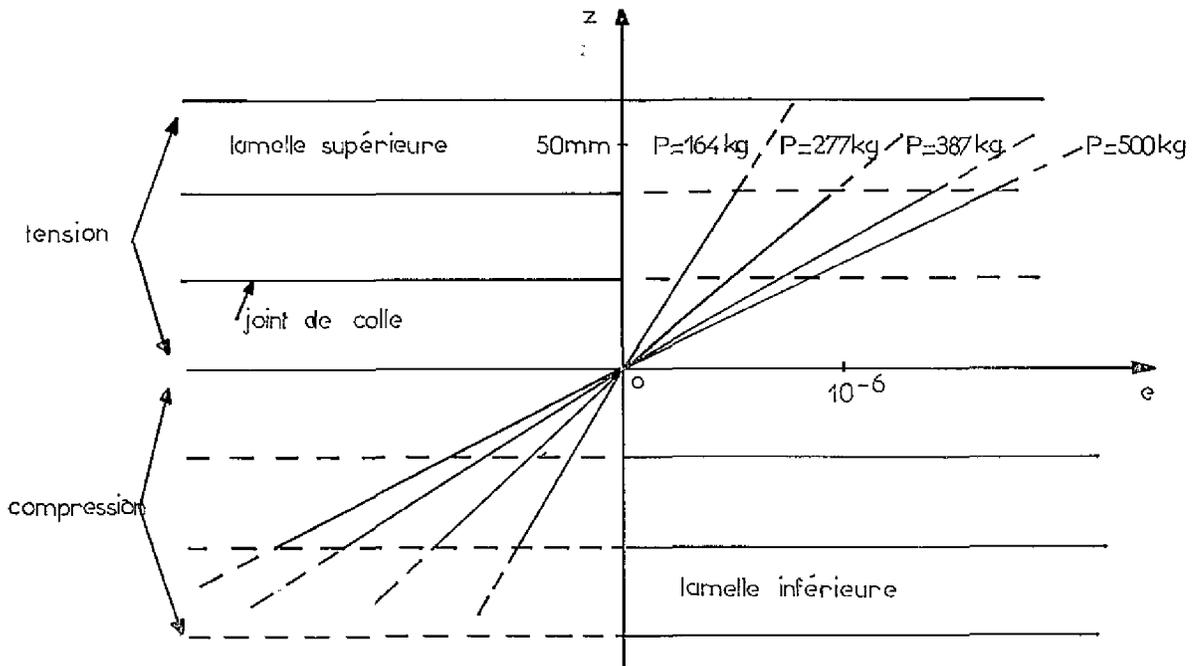


FIG. 5.

avec M^2 : au moment fléchissant maximum = Pa , où P est la charge en kg appliquée au point d'application de la charge ($P = P/2$ si P est la charge totale répartie symétriquement sur les deux étriers) et A , la distance en cm entre l'appui et le point d'application de la charge.

y : est la distance en cm du point considéré à la fibre neutre,

I : est le moment d'inertie de la section de la poutre. Il est égal à $bh^3/12$ et s'exprime en cm^4 si b (largeur de la poutre) et h (hauteur dans le sens fléchi) sont exprimés en cm.

Dans ces conditions, la contrainte en un point s'exprime en kg/cm^2 .

Les familles de courbes effort-déformation ainsi tracées (fig. 6) montrent que :

- tant que la contrainte appliquée reste inférieure à une certaine valeur limite, la déformation de la fibre est proportionnelle à la contrainte appliquée selon la loi de Hook : $\sigma = E \times e$ où E est le module d'élasticité ou module de Young.

- A contrainte égale la fibre se déforme plus lorsqu'elle est sollicitée en tension qu'en compres-

sion. Cela revient à dire que le module d'élasticité mesuré en compression est supérieur à celui mesuré en tension.

En effet, les modules d'élasticité ainsi calculés sur différentes lamelles ont donné les résultats suivants :

	y mm	E kg/cm^2
Zone en tension	15	145 000
	25	140 000
	35	140 000
Zone en compression	15	165 000
	25	165 000
	35	170 000

Ces valeurs correspondent bien à celles que l'on a pu mesurer par d'autres techniques telles que les jauges de contrainte où le calcul du module d'élasticité moyen de la poutre à partir de la mesure des flèches en divers points.

MESURE DES DÉFORMATIONS DANS LE SENS TRANSVERSAL

Le réseau témoin est disposé de telle manière que le système de franges obtenu soit parallèle à

l'axe longitudinal de la poutre. Dans ces conditions, la variation de distance entre les franges permettra

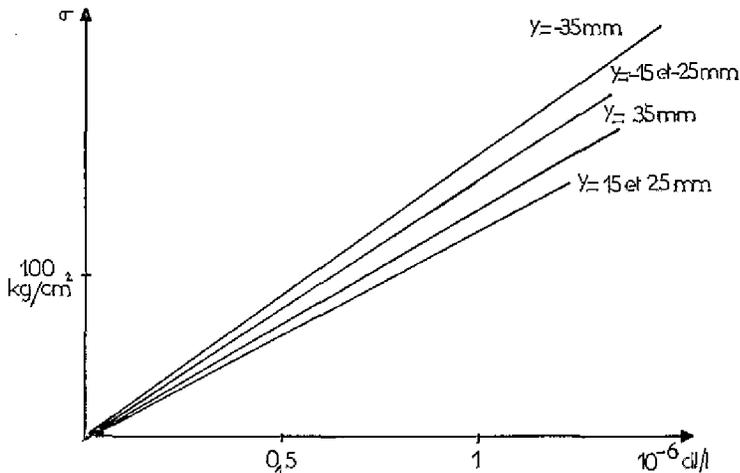


FIG. 6. — Courbes effort-déformation pour différentes valeurs de y

de mesurer les déformations transversales qui peuvent trouver leur origine en deux phénomènes bien différents :

— d'une part, les déformations subies par les points de colle lors de la mise sous contrainte de la poutre,

— d'autre part, les déformations du bois dans le sens transversal.

Toutefois, ces deux phénomènes peuvent affecter simultanément les mêmes zones de mesure ce qui rend très difficile la mesure de la déformation pure des bois.

Etude du comportement des joints de colle dans une direction perpendiculaire à l'axe de la poutre.

Nous avons vu, dans le paragraphe précédent, que pour des contraintes n'excédant pas 300 kg/cm^2 , les joints de colle se comportaient remarquablement bien dans le sens longitudinal et qu'en particulier une telle structure ne présentait aucun phénomène de cisaillement aux joints ou de glissement des lamelles l'une par rapport à l'autre.

Dans le sens transversal, le phénomène est beaucoup plus complexe. Les premières mesures ont fait apparaître des déformations globales très importantes et qui ne pouvaient être, en aucun cas, dues, uniquement à la déformation pure du bois dans la direction considérée. Une éventuelle ouverture ou fermeture des joints de colle pouvait être l'origine de ces observations et il s'avérait nécessaire d'étudier en premier lieu leur comportement.

Pour cela, nous ne nous sommes intéressés, dans un premier temps, qu'aux déplacements des franges encadrant un joint. Ils ont été, pour plus de simplicité, numérotés de 1 à 5 en partant de la zone

sollicitée en compression. En outre, les signes affectés aux valeurs numériques des contraintes signifieront, par convention :

- que le matériau est sollicité en traction si le signe est +,
- que le matériau est sollicité en compression si le signe est —.

La comparaison des systèmes de franges obtenus en 2 états différents de sollicitation (mise en charge) nulle et application sur chaque étrier d'une charge de 604 kg montre :

— qu'il se produit au niveau des joints de colle des déplacements importants,

— que les joints situés dans la zone sollicitée en compression se ferment, et que ceux situés dans la zone en traction s'ouvrent,

— les déformations de la structure, dans le sens transversal, au voisinage des joints de colle sont supérieures à celles du bois massif soumis aux mêmes contraintes. Ainsi, les joints 1 et 5 soumis aux contraintes les plus élevées (313 kg/cm^2) présentent des déformations locales supérieures à 2 microdéformations. La courbe de la figure 7 donne la variation de la déformation en fonction de la contrainte de sollicitation caractérisant la position du joint dans la poutre.

Toutefois, pour une contrainte maximum de 313 kg/cm^2 , la colle utilisée semble posséder un comportement élastique relativement bon.

En effet, les déformations résiduelles que l'on a pu observer après suppression des charges appliquées peuvent être considérées comme négligeables.

D'une manière générale, on pourra dire que si des déformations relativement importantes apparaissent dans le sens transversal au niveau des joints de colle, elles ne semblent pas affecter considérablement le comportement élastique ainsi que la résistance d'ensemble du matériau lamellé-collé.

Etude des déformations du bois massif perpendiculairement à la direction d'application des contraintes.

La mesure des déformations pures du bois dans la direction transversale est rendue très délicate par l'existence des déformations plus importantes en valeur absolue se produisant au niveau des joints de colle. De manière à s'affranchir de leur action parasite, nous n'avons considéré que les variations de distances entre franges suffisamment éloignées des bords des lamelles. Cela nous a entraînés à réduire le nombre de points de mesure, ce qui a considérablement diminué la précision des mesures et la valeur des résultats que l'on espérait obtenir.

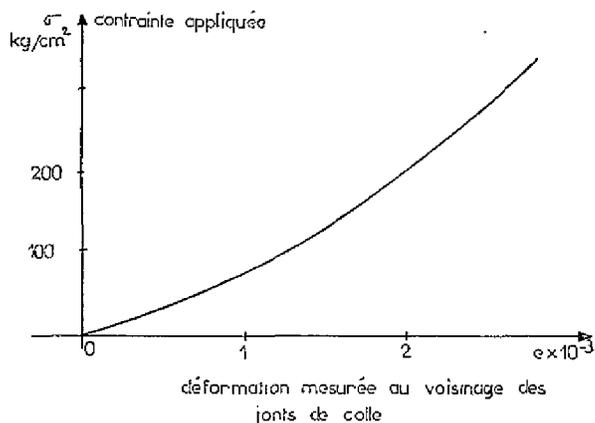


FIG. 7. — Déformation mesurée au voisinage des joints de colle.

D'une manière générale, les résultats obtenus permettent d'aboutir aux conclusions suivantes :

— Les déformations semblent plus importantes dans les zones sollicitées en traction que dans les zones de compression.

— Le coefficient de Poisson du Fraké calculé pour les lamelles en tension, en faisant le rapport de la déformation dans la direction transversale à la déformation dans la direction principale de sollicitation est en moyenne de 0,33, ce qui correspond aux valeurs habituellement utilisées pour le matériau bois.

Toutefois, l'imprécision des mesures due au peu de franges utilisables pour le calcul ne permet absolument pas de garantir l'exactitude du second chiffre après la virgule. En outre, les mêmes calculs effectués à partir des résultats, obtenus sur les lamelles en compression ont donné des valeurs tout à fait aberrantes. Ceci met en évidence l'influence des déformations des joints de colle dans le sens trans-

versal dont la zone d'influence affecte presque toutes les franges et plus particulièrement celles qui sont les plus proches des bords des lamelles.

REMARQUE : Les systèmes de franges obtenus à partir de la déformation d'éléments massifs ont permis de vérifier ce résultat. En effet, à partir d'un réseau déformé à traits croisés, l'étude de la déformation du bois dans les deux directions a permis d'obtenir les photos 5, 6, 7 et 8. La première série représente la déformation dans le sens longitudinal de la poutre obéissant à la loi de Hook $\sigma = eE$; la deuxième série correspond à la mesure de la déformation dans une direction perpendiculaire à la première.

Dans le premier cas, la poutre étant sollicitée en flexion circulaire pure, la déformation de la fibre est constante sur tout axe parallèle à Ox ; mesurée le long de Ox la déformation moyenne du matériau est de $2,73 \cdot 10^{-3}$.

Dans le deuxième cas, la poutre est toujours sollicitée en flexion circulaire pure, mais les interfranges n'évoluent plus de manière constante selon l'axe Ox en raison probablement de l'influence des phénomènes de bord. La déformation selon une direction perpendiculaire à la précédente a été mesurée dans la zone de l'axe Oy correspondant à l'axe Ox de la première série de photos. La valeur ainsi trouvée est en moyenne égale à $0,76 \cdot 10^{-3}$, ce qui nous donne en faisant le rapport des deux déformations un coefficient de Poisson de 0,34, ce qui confirme au 1/100 près les résultats obtenus sur poutre lamellée-collée et justifie le comportement différent en déformation transversale entre, d'une part, le bois massif et, d'autre part, les joints de colle.

Enfin, il est intéressant d'observer que la zone cerclée correspondant à une déformation transversale perturbée est elle-même associée à une importante zone de contrefil visible en surface.

ÉTUDE DE L'INFLUENCE DES DÉFAUTS INTRINSÈQUES AU BOIS SUR LE COMPORTEMENT DU MATÉRIAU LAMELLÉ-COLLÉ

Introduction

Notre but n'est pas ici d'étudier d'une manière générale l'influence des défauts sur le bois, mais d'apprécier les résultats que l'on peut tirer de l'utilisation de la technique du Moiré pour la mesure des déformations autour de ces points particuliers.

Le défaut choisi dans le cadre de cette étude est un petit nœud, apparemment sain, situé au voi-

sinage d'un joint de colle, dans une lamelle externe sollicitée en tension. Les schémas de la page 56 situent la position des défauts dans la poutre.

Étant donné l'orientation du nœud en forme d'ellipse dont la plus grande direction est située perpendiculairement à l'axe de la poutre, nous avons décidé d'étudier les déformations dans le sens transversal où elles apparaissent comme étant les plus importantes.

DÉFORMATIONS DANS LE SENS LONGITUDINAL

Photo n° 5. — $P = 0$ kg.

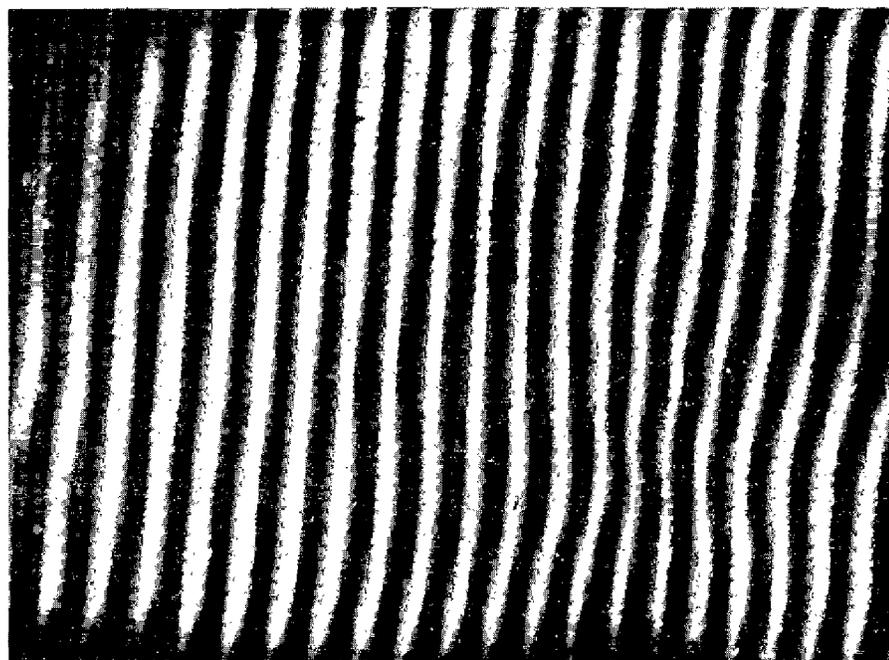
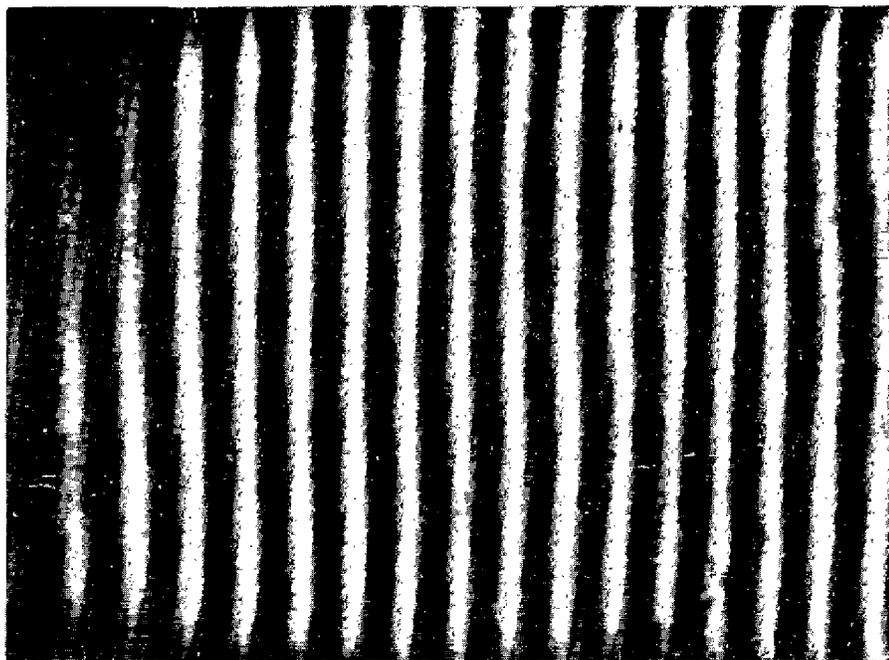


Photo n° 6. — $M_I = 300$ mKg
(moment fléchissant maximum)

DÉFORMATIONS DANS LE SENS TRANSVERSAL

Photo n° 7. — $P = 0$ kg

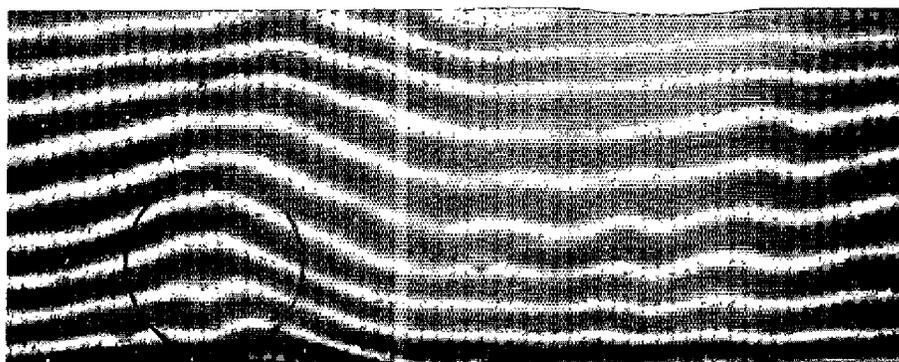
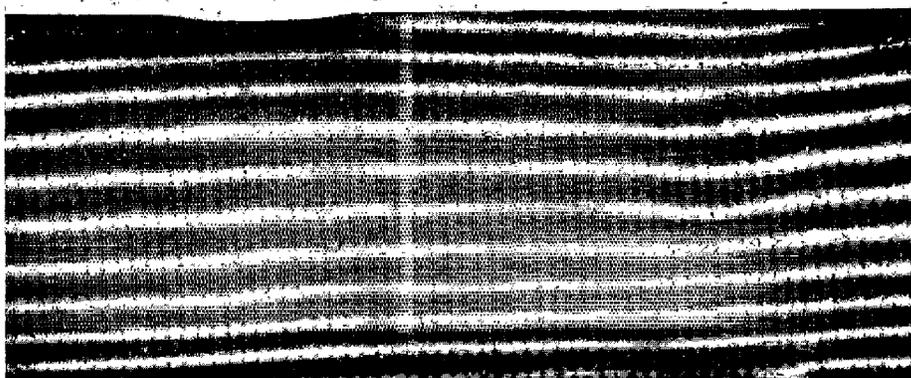


Photo n° 8. — $M_t = 800$ mKg
(moment fléchissant maximum).

Etude des déformations autour d'un défaut du bois perpendiculairement à l'axe longitudinal de la poutre.

De manière à localiser avec exactitude les différentes valeurs des déformations pouvant survenir autour du nœud, nous avons choisi arbitrairement un système d'axes orthonormés défini pour l'axe des x par le joint de colle situé à 20 mm de la fibre neutre et pour l'axe des y par le grand axe de l'ellipse définie par le contour du nœud que l'on se propose d'étudier.

Un quadrillage de la zone entourant le nœud a été ainsi réalisé et l'on a calculé la déformation du matériau en chaque nœud du quadrillage ainsi obtenu. Les résultats sont représentés par des familles de courbes $e = f(y)$ tracées à $x = Cte$ (voir fig. 9).

Leur représentation graphique a permis, par la suite, de situer avec précision les points correspondant à une déformation donnée. La figure 10 repré-

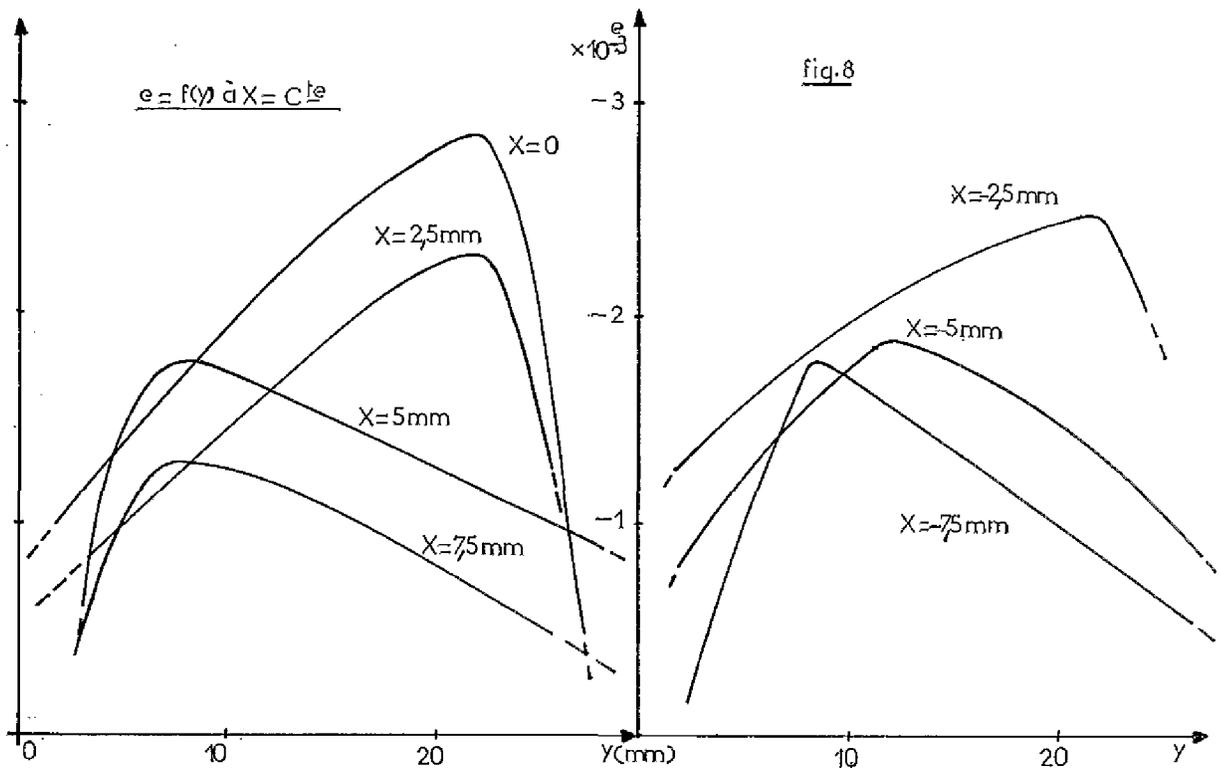
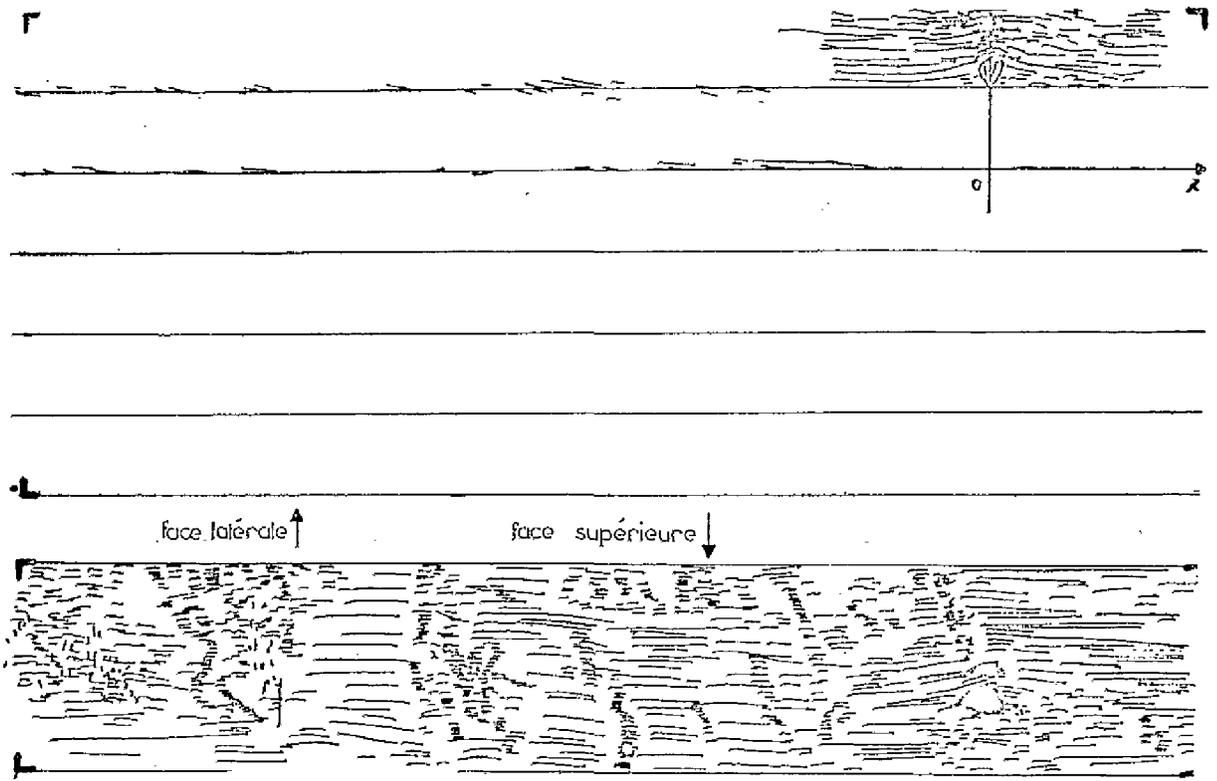
sente dans le système d'axe choisi, le lieu géométrique des points d'égale déformation.

Toutefois, il est vraisemblable que deux phénomènes d'origine différente se superposent dans notre cas particulier. D'une part, il y a l'influence du comportement mécanique particulier du nœud sur son environnement et d'autre part, la déformation simultanée du joint de colle qui comme nous l'avons vu précédemment apparaît relativement importante vis-à-vis de la déformation pure du bois.

La présence d'un joint de colle dans la zone d'influence du nœud oblige à formuler les plus grandes réserves quant à la valeur des résultats numériques ainsi obtenus.

L'observation des systèmes de franges obtenus et les mesures qui en découlent, permettent toutefois, de formuler les conclusions suivantes :

— Les valeurs des déformations mesurées sont toutes négatives ce qui confirme bien que l'on est dans une zone en tension dans le sens longitudinal et donc en compression dans le sens transversal.



— Les valeurs numériques absolues des déformations autour du nœud sont nettement supérieures à celles mesurées dans le bois sans défaut à une distance égale de la fibre neutre. Toutefois, et si l'on tient compte de la déformation éventuelle du joint de colle, le comportement mécanique du nœud dans le sens transversal semble aussi bon, sinon supérieur, que celui du bois sans défaut, ce qui confirmerait bien le caractère parfaitement sain du nœud et la faible aptitude du matériau bois à se déformer en compression perpendiculairement au fil. L'influence du nœud sur les déformations du matériau ne se limite pas à son contour géométrique. Les zones de plus grande déformation se propagent assez bien dans le bois apparemment sans défaut. En outre, elles ne se limitent pas à la lamelle possédant le nœud, mais se transmettent parfaitement au delà de la ligne de discontinuité constituée par le joint de colle et affectent ainsi la lamelle voisine. Enfin, les lignes d'égales déformations ne se répartissent pas systématiquement de part et d'autre de l'axe des X. Ainsi la propagation des déformations semble se faire plus aisément sur la lamelle voisine de celle renfermant le nœud sans que l'on puisse, toutefois, en expliquer l'origine et bien que l'influence d'un phénomène particulier dû au bord de la poutre ne soit pas, *a priori*, à écarter.

Conclusion.

L'intérêt d'utiliser la méthode du Moiré pour l'étude de ces phénomènes particuliers reste néanmoins considérable. Elle a permis de définir au delà de toute considération numérique, le champ

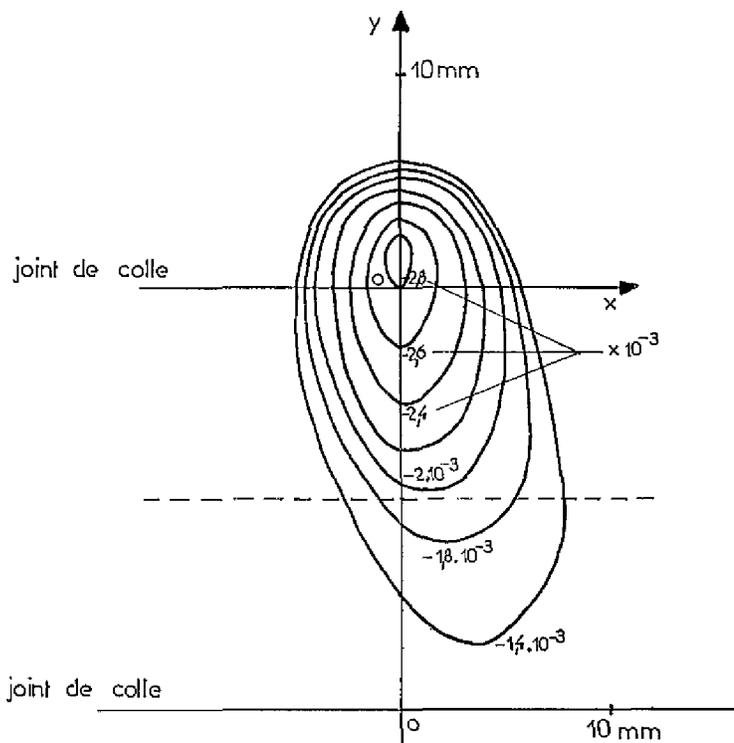


FIG. 10. — Lignes d'égales déformations au voisinage du nœud.

d'action que pouvait présenter un nœud dans une structure lamellée-collée. En outre, elle a révélé la très bonne continuité existant au niveau des joints de colle dans le domaine de la propagation des contraintes et des déformations.

Cette étude ne constituait qu'une approche succincte du problème. Elle a montré également la nécessité d'étudier le comportement des défauts dans des zones susceptibles de n'être perturbées par aucun phénomène parasite et donc l'impossibilité de réaliser une telle étude sur des poutres lamellées-collées.

MISE EN ÉVIDENCE DU RETRAIT DES DIFFÉRENTES LAMELLES D'UNE POUTRE LAMELLÉE COLLÉE

Une poutre prismatique composée de 6 lamelles de 20 mm d'épaisseur en Fraké (*Terminalia superba*) a servi de support à cette étude.

L'humidité des lamelles était, au départ, de 14 % répartis de manière très homogène à 0,5 % près. Un réseau croisé de pas 40 a été collé sur la

partie latérale de la poutre et les franges de Moiré photographiées dans cet état initial.

La poutre est ensuite restée pendant un mois dans une pièce du laboratoire soumise à des conditions hygrométriques relativement sèches. Le bois a progressivement perdu son humidité entraînant

ainsi une variation dimensionnelle des lamelles correspondant à un retrait dans le sens transversal (tangential ou radial) selon leur orientation. Les systèmes de franges obtenus par la méthode du Moiré ont permis de mettre en évidence ces phénomènes. En effet, les différentes inclinaisons des franges obtenues sur la photo 9, après avoir imprimé une très petite rotation angulaire au réseau témoin caractérisent les variations de retrait d'une lamelle à l'autre.

Le retrait dans le sens axial est si faible étant donné la petite variation d'humidité du bois qu'il n'entraîne aucune modification des franges de Moiré. Les perturbations sont par contre très importantes dans le sens transversal.

En effet, si l'on dispose le réseau témoin rigoureusement parallèle au réseau déformé, on obtient une zone de Moiré nulle (zone 0 sur photo 10), impossible à obtenir initialement, ce qui montre bien qu'il y a eu déformation du réseau collé. Cette zone correspond à une lamelle orientée sur quartier, voisine de la fibre neutre. La déformation mesurée est donc associée à un retrait tangential.

Dans la même zone du faisceau de franges correspondant à l'état initial, l'interfrange était de 4,44 mm. Le pas du réseau étant de 40, la déformation transversale dans la zone de Moiré nulle est donc de $40 \cdot 10^{-3} / 4,44 = 0,009$, soit un **retrait de 0,9 % dans le sens tangential**. Les mesures du taux d'humidité du bois effectuées juste après l'essai ont fait apparaître une humidité moyenne de la lamelle voisine de 10 %. Le séchage subi par la poutre correspond donc à une baisse du taux d'humidité d'environ 4 %. Or, le retrait moyen du Fraké dans le sens tangential pour une variation d'humidité de 1 %, est d'environ 0,2 %, ce qui correspond à un retrait total de 0,8 %, valeur très voisine du résultat expérimental précédent.

Ces résultats illustrent bien l'intérêt que peut présenter la méthode du Moiré pour l'étude fondamentale du séchage du bois et plus particulièrement de la migration de l'eau dans le matériau au cours du séchage.

En outre, les systèmes de franges obtenus après une légère rotation angulaire (θ) du réseau témoin sont très riches en enseignements. D'une part, la mesure de l'interfrange selon Oy , parallèlement aux traits du réseau témoin dans la zone 0 permet de calculer l'angle initial de rotation que l'on a volontairement appliqué. En effet, à partir de la rotation :

$$f_y = \frac{P}{\theta}$$

(avec $p = 40 \mu$), tirée p. 52, *B. F. T.* n° 173, il vient :

$$\theta = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,48^\circ$$

La valeur de λ correspondant à un très petit décalage de pas dans le cas d'un Moiré différentiel est nulle sur toute la zone 0.

De la même façon, il est possible de calculer l'angle de rotation du réseau déformé ($\theta - \theta_1$) par rapport au réseau témoin dans chaque zone du système de franges. Considérons à titre d'exemple la zone A.

Zone A :

$$\theta(A) = 7,90 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\theta(A) - \theta_1(A) = (8,40 - 7,9) \cdot 10^{-3} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

La mesure de l'angle β (angle que fait chaque frange avec l'axe OX , perpendiculaire aux traits du réseau témoin), permettra le calcul de la variation de pas :

La valeur moyenne de $\beta(A)$ mesurée sur 10 franges est de 64° et donc $\text{tg } \beta = 1,576$. Sachant que $\lambda = \text{tg } \beta \cdot \theta$ (voir p. 54, *B. F. T.* n° 173), la variation de pas telle que $p' = p(1 + \lambda)$ correspondra à une valeur de $\lambda(A)$ de 0,013.

REMARQUE : Une autre possibilité pour calculer λ consiste à mesurer l'interfrange selon OX . λ est alors égal à $\frac{P}{f_x}$ (voir p. 52, *B. F. T.* n° 173).

Dans ce cas, on trouve : $\lambda(A) = 0,017$, valeur relativement voisine de la précédente. Ceci met en valeur, d'une part, la bonne précision des systèmes de mesure, et d'autre part, vérifie l'exactitude des calculs précédents.

Les valeurs ainsi trouvées vont nous permettre de calculer le retrait dans la zone A correspondant à une lamelle orientée sur faux quartier. Si l'on fait pivoter le réseau témoin sur lui-même, les franges de la zone A tournent dans la même direction que celles indiquées par le sens de rotation du réseau. Cela signifie que le retrait que l'on va mesurer dans cette zone est moins important que celui observé dans la zone de Moiré nulle. En effet, le retrait transversal dans la zone A est égal à 0,44 % ce qui est bien inférieur au 0,9 % de la zone 0.

Ceci est par ailleurs tout à fait logique, car à variation d'humidité égale, le retrait d'une face orientée sur faux quartier est inférieur au retrait d'une face tangentielle.

CONCLUSIONS

Une première approche dans l'utilisation de la technique du Moiré pour mesurer les déformations d'éléments en bois a été réalisée dans cette étude.

Les essais ont montré que la réalisation pratique du Moiré et, en particulier, le collage des réseaux ne présentait aucune difficulté sur le matériau bois.

Photo n° 9. — $P = 0$ kg.

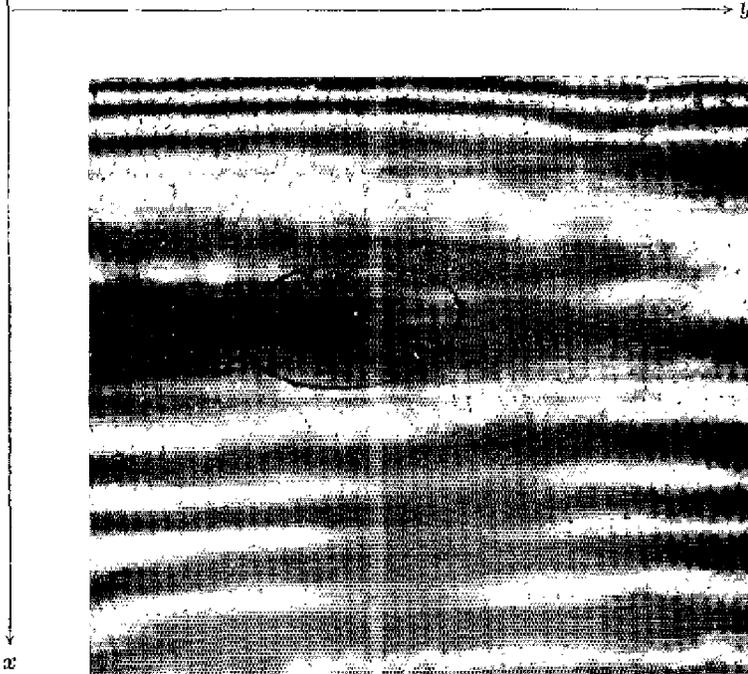
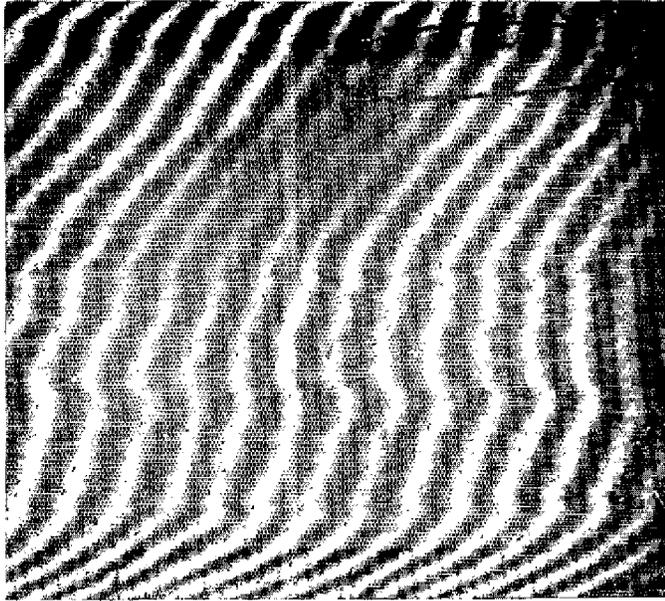


Photo n° 10. — $P = 0$ kg.

En outre, la qualité des systèmes de franges obtenus pourrait être améliorée si l'on arrivait à résoudre le problème technique de la gravure directe des réseaux sur le matériau. Cet aspect particulier de la méthode fait actuellement l'objet d'une étude complémentaire.

Les essais que nous avons réalisés dans le but de mieux connaître le comportement des structures lamellées-collées, ont permis de mettre en évidence les avantages, mais aussi les limites de la méthode.

En effet, nous avons obtenu aisément une vue générale des déplacements sur toute la surface

étudiée. Ainsi, on localise très rapidement, grâce à une légère déformation du matériau toutes les imperfections de structure atteignant la surface, mais toutefois invisibles à l'œil. En outre, on peut sans difficulté observer tout déplacement d'une partie de la structure étudiée. L'étude qualitative qui en découle est très riche en enseignements.

L'étude quantitative est, par contre, beaucoup plus délicate. Elle a été tout d'abord rendue difficile par le fait que le but de nos travaux nous imposait de travailler en deçà de la limite élastique du matériau et donc dans une zone d'assez faible déformation. En outre, si l'étude quantitative a été nettement simplifiée dans la direction correspondant à l'axe longitudinal des éléments en raison du comportement homogène du bois dans le sens du fil, il n'en a pas été de même dans la direction transversale. En effet, les joints de colle présentant un comportement très différent de celui du bois

massif, ils ont dû être étudiés séparément ce qui a entraîné une réduction du degré de précision de la mesure par diminution du nombre de franges utilisables.

Toutefois, la technique du Moiré s'est bien affirmée au cours de ces travaux comme un élément de base indispensable pour toutes les études de résistance des matériaux qui pourraient être entreprises sur le bois.

Enfin, son utilisation apparaît indispensable chaque fois que l'on sera confronté à l'étude d'une structure particulière pour laquelle il sera impossible de déterminer, *a priori*, les zones de déformations maximales. Toutefois, la technique du Moiré ne doit pas être systématiquement substituée à des techniques plus traditionnelles telle que l'utilisation des jauges de contrainte. Elle apparaît, bien au contraire, comme une technique complémentaire des méthodes traditionnelles.

COMMUNIQUÉ

De nombreux Lecteurs nous ayant demandé des conseils au sujet du débit sur quartier et sur faux quartier, nous sommes heureux de les informer que dans le numéro 175 (septembre-octobre 1977) nous publierons une note technique qui traitera de ce problème.