Photo Service Forestier du Cameroun.
La forêt dense. Les chutes de M'Poumé sur le Nyong. Réserve de Makak. Cameroun.

LES TARIFS DE CUBAGE[1]

(*Suite*)

par J.-P. Lanly,

Ingénieur de Recherches
au Centre Technique Forestier Tropical.

IV. — DÉTERMINATION D'UN TARIF DE CUBAGE

Nous étudierons dans ce paragraphe comment, après avoir bien défini les caractéristiques du tarif de cubage à déterminer, il faut dans chaque cas procéder pour son établissement.

1° DÉFINITION DU TARIF DE CUBAGE RECHERCHÉ

Les différents points soulignés dans le premier chapitre seront à préciser :

(1) La 1ere partie de cet article a été publiée dans le n° 100, p. 19.

a) Domaine d'application du tarif de cubage

On définira sans ambiguïté :

— l'essence ou le groupe d'essences auquel s'appliquera le tarif,

— l'intervalle en « grosseur » de validité du tarif : l'échantillon sera pris parmi les arbres ayant leur diamètre compris dans les limites ainsi fixées,

— les critères de qualité auxquels devront répondre les arbres concernés par le tarif de cubage : les arbres de l'échantillon feront partie des catégories ainsi définies,

— le peuplement ou les peuplement auxquels est censé s'appliquer le tarif : en particulier, il faudra bien préciser quel est, entre les deux cas ci-dessous, ce qui est recherché par l'intermédiaire du tarif de cubage :

- — estimation du volume total en une essence (ou du volume moyen de l'arbre) d'une parcelle de petites dimensions dont on connait exactement, par un inventaire total, le nombre d'arbres et la répartition en classes de diamètres : dans ce cas, l'échantillon des arbres est entièrement pris dans la parcelle dont il ne sert qu'à connaitre le volume ;
- — estimation des volumes en une essence dans le cas d'inventaire par sondage où une erreur est acceptée sur le nombre des arbres : dans ce dernier cas, l'échantillon des arbres devra être réparti le plus régulièrement possible sur l'ensemble des peuplements, mais le tarif de cubage peut être appliqué à une partie seulement de ceux-ci.

Chaque fois que le tarif de cubage sera utilisé en dehors du domaine d'application ainsi défini, il sera nécessaire de le préciser et d'émettre les réserves qu'une telle « extrapolation » entraîne.

b) Définition du volume cherché

Il n'est pas utile d'insister sur ce point. Cependant il est nécessaire de préciser que, dans le cas de l'établissement d'un tarif « billes exploitables », les critères d'exploitabilité devront être bien définis à l'avance (longueurs et diamètres minima, défauts acceptables et défauts rédhibitoires, etc...), afin que les utilisateurs soient sûrs de parler le même langage.

c) Définition de la caractéristique mesurée

1. Diamètre :

On précisera en particulier le niveau auquel est pris le diamètre et comment celui-ci est déterminé.

2. Circonférence :

Il sera plus précis dans tous les cas de prendre les circonférences et, soit d'établir un tarif de cubage donnant le volume en fonction de la circonférence (1), soit de revenir à la caractéristique diamètre (par le calcul, ou plus simplement en prenant la mesure de la circonférence avec un ruban gradué en diamètres correspondants).

3. Surface terrière :

On a vu tout l'intérêt de l'introduction des surfaces terrières particulièrement en ce qui concerne les tarifs de cubage en $V = a + bD^2 = a + b'g$, linéaires en g. Il sera nécessaire dans tous les cas, là aussi, de préciser à quel niveau est prise la surface terrière.

Finalement le problème cherché sera précisé, par exemple, de la manière suivante : recherche d'un tarif de cubage des Sapelli exploitables donnant le volume des billes utilisables en fonction du diamètre juste au-dessus des contreforts, dans une zone de 1.000 hectares d'une région donnée (ce qui suppose en particulier, que les critères « exploitabilité » des arbres et « utilité relative » des billes ont été soigneusement définis).

2° CHOIX DE L'ÉCHANTILLON

a) Nature du tirage

— *Cas d'un inventaire total* (N *fini*).

Il suffira d'affecter à chaque arbre un numéro d'ordre et, soit de tirer au sort (par l'emploi d'une table de nombres au hasard), soit de prendre systématiquement un arbre tous les p arbres pour constituer l'échantillon.

— *Cas d'un inventaire par sondage* (N *grand*).

On s'appliquera surtout à ce que l'échantillon des arbres du tarif de cubage soit réparti le plus régulièrement possible sur l'ensemble de la surface inventoriée. On pourra par exemple prendre systématiquement dans une parcelle sur m l'arbre le plus au Sud de celle-ci qui répondé aux conditions du tarif (essence, grosseur, qualité,...) ou aussi tirer au sort les numéros des parcelles dans chacune desquelles sera pris un arbre. Il n'est nullement nécessaire néanmoins que les arbres de l'échantillon du tarif soient pris à l'intérieur des parcelles de l'inventaire. On agira de la manière la plus commode en veillant à ne pas trop concentrer géographiquement l'échantillon.

Dans le cas particulier d'un échantillon non représentatif relativement aux classes de diamètre ou de surface terrière et, lorsqu'on prend un arbre dans chaque parcelle, il est toujours nécessaire de choisir

(1) Les tarifs $V = a + bD^2$ et $V = AD^p$ s'écrivent respectivement :

$$V = a + b'C^2 \text{ avec } b' = \frac{b}{\pi^2}$$

et

$$V = A'C^p \quad \text{avec } A' = \frac{A}{\pi^p}$$

plus de parcelles que d'arbres, afin d'être sûr d'obtenir suffisamment d'arbres des classes où ils sont peu nombreux mais mieux représentés dans le tarif de cubage (cas des gros arbres).

b) Nombre d'arbres à tirer

— *Cas d'un inventaire total* (N *fini*).

Si l'on s'est fixé à un seuil de probabilité donné, une marge d'incertitude $\pm e$ et si l'on suppose que la quantité $s = \sqrt{\frac{\sum (V_i - V'_i)^2}{n-2}}$ est constante, quel que soit l'effectif de l'échantillon variant dans certaines limites, pour un type de tarif de cubage donné, on utilisera les abaques dont il a été question plus haut, donnant pour un volume moyen approximatif des arbres étudiés, l'effectif n de l'échantillon en fonction du nombre total N d'arbres.

— *Cas d'un inventaire par sondage* (N *très grand*).

On sait que l'on a :

$$e(\%) = \pm \frac{200}{\bar{V}} \frac{1}{\sqrt{q}} \sqrt{\frac{\sum (V_i - V'_i)^2}{n-2}}$$

e étant l'erreur sur le volume moyen $\bar{V}$ (ou sur le volume total) pour une surface donnée sur laquelle on a recensé par sondages q arbres.

En supposant s constant — entre certaines limites de n — on voit que l'erreur à craindre est :

— indépendante de n,
— inversement proportionnelle à la racine carrée de q. Ce qui peut encore s'exprimer sensiblement de la façon suivante : l'erreur due à l'application du tarif de cubage sur le volume moyen est :
  — pour un même type d'inventaire deux fois moindre sur une surface quatre fois plus grande,
  — pour une même surface, deux fois moindre pour un nombre d'unités d'échantillonnage quatre fois supérieur.

Si on a une idée de la valeur de s (pour un intervalle donné de n) et si l'on connaît la densité moyenne de la surface inventoriée en arbres auxquels s'applique le tarif de cubage (donc par suite le nombre q pour un type d'inventaire donné), on pourra déterminer à l'avance l'erreur due à l'application du tarif. Inversement, étant fixée l'erreur à craindre, on pourra déterminer la surface minimum des blocs qu'il convient de prendre, compte tenu de la densité moyenne.

D'une manière générale, si l'on n'a aucune idée *a priori* de la valeur de s, on peut considérer qu'un échantillon de **70 à 100 arbres** correspondant à un effectif moyen par classe de diamètre ou de surface terrière de 10 à 12 arbres est satisfaisant, sauf dans le cas où l'on est attaché à la valeur du volume d'un arbre (l'erreur étant alors ($q = 1$) égale à $\pm 2\,s$).

c) Répartition suivant les classes de diamètre (ou de surface terrière).

En règle générale, on prendra un échantillon « représentatif » suivant les classes de surface terrière ou de diamètre, c'est-à-dire celui que l'on obtient par un tirage systématique ou purement aléatoire.

Dans le cas où N est fini et que l'on procède en établissant un volume moyen par classe de diamètre ou de surface terrière, on a vu qu'il était préférable de répartir l'échantillon proportionnellement à la somme des volumes du peuplement dans chaque classe de diamètre ou de surface terrière (Cf. § III. 2 *a*) ce qui peut conduire à des effectifs égaux dans chaque classe (alors qu'un échantillon « représentatif » ne donne pour les gros diamètres qu'un faible effectif).

3° CUBAGE DES ARBRES

a) Arbres abattus

On décomposera l'arbre — ou les billes « utilisables » de l'arbre — et éventuellement ses branches en billons d'un mètre ou deux de long à l'aide d'un mètre à pointes ; on mesurera la circonférence (ou le diamètre « en croix ») au milieu de chaque billon et on appliquera le barème de cubage donnant le volume commercial de chacun en fonction de son diamètre et de sa longueur (1 ou 2 m). La sommation donnera le volume V_i du fût ou de l'ensemble des billes exploitables, ou du volume total. On prendra

donc : $V_i = \sum_j \frac{\pi D_j^2}{4} L = L \frac{\pi}{4} \sum_j D_j^2$

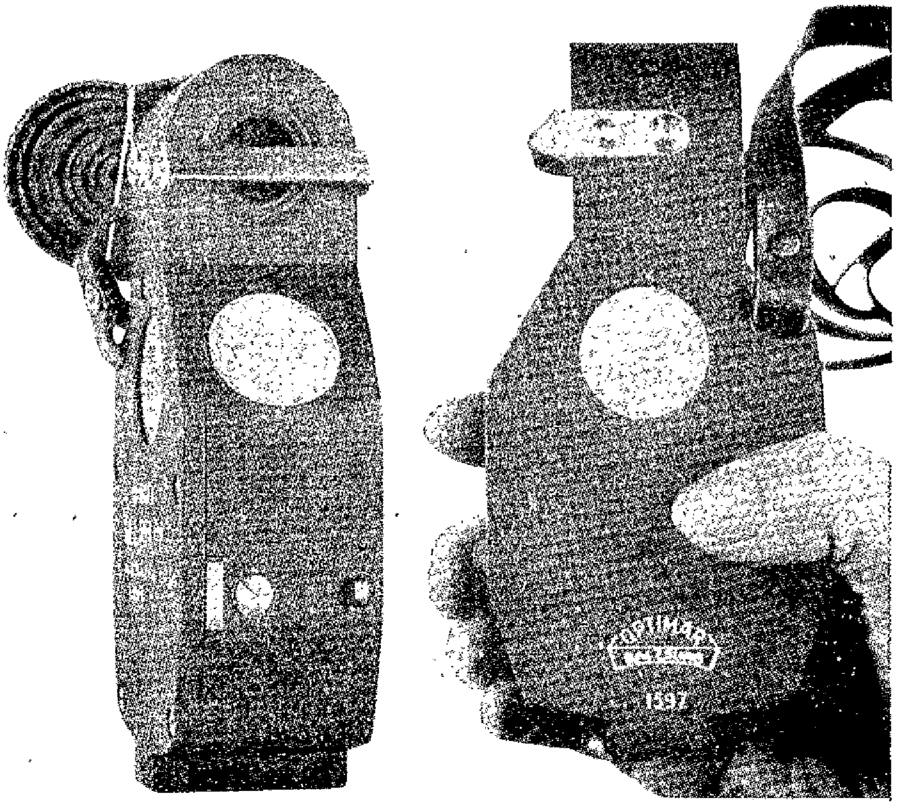
où L est la longueur des billons et D_j le diamètre au milieu du billon j.

b) Arbres sur pied

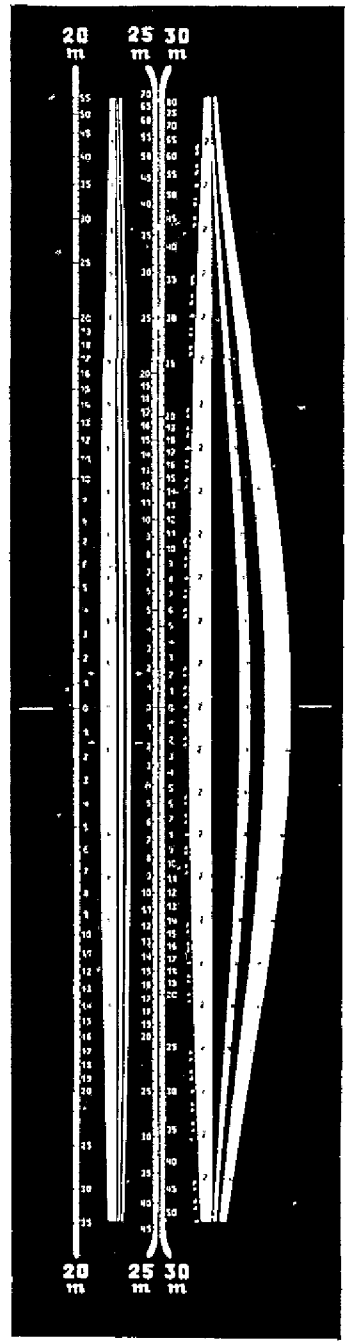
On pourra procéder comme précédemment mais « virtuellement » par voie optique. **Le relascope de Bitterlich** (dans sa nouvelle formule avec des graduations adaptées aux dimensions des arbres des forêts tropicales) ou tout autre appareil basé sur le même principe, permet en effet de mesurer des hauteurs le long du fût et de prendre des diamètres à n'importe quel niveau, en particulier au milieu des billons ou billes par lesquels on divise l'arbre.

Cependant la précision des mesures est quelque peu limitée :

— par la précision de la mesure des diamètres, laquelle dépend de la distance à laquelle on se trouve de l'arbre ;



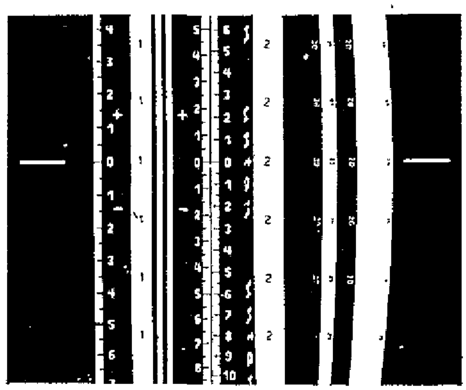
Le Relascope de Bitterlich.



Les échelles graduées. Vue d'ensemble.

- par l'impossibilité où l'on est de décomposer l'arbre en billons de faible longueur (2 m étant semble-t-il une limite) (1).

D'autre part, il est impossible à partir des arbres sur pied, d'évaluer le volume des branches et donc d'établir un tarif volume total. Il est nécessaire d'abattre l'arbre pour cuber ses branches.



Les échelles graduées. Vue partielle.

REMARQUES

1) La formule donnant V_i à partir des volumes « commerciaux » des billons conduit à une légère sous-estimation du volume réel, l'écart pouvant s'exprimer approximativement sous la forme :

$k \frac{S_0 L^2}{3 H}$, k étant un coefficient inférieur à 1, S_0, H et L, respectivement la surface terrière à la base du fût, la hauteur totale de l'arbre et la longueur des billons. On voit, ce qui se conçoit intuitivement, que l'on a intérêt à prendre des billons les plus courts possible.

2) *Utilisation des carnets de chantier.*

Afin d'éviter les mesures sur les arbres de l'échantillon on peut faire appel aux carnets de chantier. Il faudra évidemment vérifier auparavant si :

(1) Des mesures au Bitterlich ont servi à l'élaboration de tarifs de cubage du Sapelli et du Kosipo en Haute-Sangha (République Centrafricaine). Cet appareil par sa simplicité et sa maniabilité s'est montré très efficace. L'inconvénient pratique majeur est venu de la mauvaise visibilité en sous-bois de forêt dense qui entraîne un débroussement sur les 20 à 30 mètres de distance séparant l'observateur de l'arbre.

— les conditions fixées à l'avance pour le tarif de cubage sont bien respectées (essences, diamètres limites, qualités, localisation géographique...) ;

— s'il n'y a pas ambiguïté sur les variables mesurées et les volumes calculés : quel est en particulier le diamètre donné comme diamètre à la base (2), comment ont été déterminés les volumes des billes, etc...

— enfin, si les mesures effectuées et les chiffres donnés ont été établis avec suffisamment de soin et de précaution.

Ce procédé commode — particulièrement dans le cas de l'établissement d'un tarif « billes utilisables » si les critères d'« utilité » des billes et d'« exploitabilité » des arbres sont bien les mêmes que ceux que l'on a définis — présente cependant l'inconvénient d'un découpage en billes parfois longues (L grand) : l'application de la formule du volume commercial à ces billes entraîne donc une sous-estimation du volume réel, et un biais systématique qui peut être assez fort sur la détermination du tarif de cubage.

Aussi pour toutes ces raisons, ne saurait-on trop conseiller à l'utilisateur du tarif de cubage, de procéder lui-même aux mesures et aux calculs des volumes.

4° REGROUPEMENT DES DONNÉES

Il est nécessaire d'opérer avec soin et ordre le regroupement des mesures et des chiffres obtenus.

On veillera sur la récapitulation des données à bien mettre en évidence les couples de valeurs (D_i, V_i), (D^2, V_i) ou $(\log D_i, \log V_i)$ qui seront utilisés par la suite.

EXEMPLE : Le tableau 4, p. 23, a été utilisé en République Centrafricaine pour l'établissement à partir de carnets de chantier de tarifs de cubage « billes utilisables » en $V = AD^p$.

La « référence » est relative au carnet de chantier.

(2) Le diamètre à la base — qu'on pourra assimiler au diamètre à la base de la première bille — se déterminera à partir des deux diamètres médians D_1 et D_2 des deux premières billes en supposant une décroissance constante. On a en effet la formule :

$$D = \left[\left(1 - \frac{D_2}{D_1}\right)\frac{L_1}{L_1 + L_2} + 1\right] D_1 = D_1 + L_1 \frac{D_1 - D_2}{L_1 + L_2}$$

Transport de grumes dans la forêt gabonaise.

Photo Secrétariat Général à l'Information du Gabon.

Le numéro de la feuille indique le numéro d'ordre de celle-ci pour le tarif calculé, le « tirage » indiquant la manière dont ont été pris les arbres. On a mis en évidence les deux quantités destinées à servir dans la suite à l'établissement du tarif, c'est-à-dire log V_i et log D_i. La colonne (1) indique le numéro d'ordre de l'arbre dans l'échantillon ; dans la colonne (2) on trouve le numéro de la feuille du carnet de chantier. La colonne (3) est inutile dans le cas où l'on dispose d'un barême de cubage.

5° DÉTERMINATION PROPREMENT DITE DU TARIF DE CUBAGE

Les couples de valeurs (D_i, V_i), (D_i^2, V_i) ou $(\log D_i, \log V_i)$ ayant été obtenus, comment déterminer le tarif proprement dit ? Plusieurs cas peuvent se présenter :

a) On ne dispose ni de temps, ni de machine à calculer et on ne désire pas connaître la précision du tarif obtenu.

Dans ce cas-là, on utilisera les **procédés graphiques ou semi-graphiques** qui ont été exposés plus haut. L'allure du nuage de points donnera une idée de la plus ou moins grande précision du tarif. On déterminera les ordonnées $\overline{V}_h$ des points M_h ayant pour abscisses les centres des classes de diamètre ou de surface terrière et qui seront les volumes moyens de tous les arbres des différentes classes h.

Quelques remarques peuvent être faites dans le cas de la détermination graphique du tarif de cubage :

1) On n'hésitera pas à employer du papier bilogarithmique (à 2 modules), car l'expérience montre que les courbes obtenues sur ce graphique peuvent être le plus souvent assimilées à des droites.

2) *Elimination des points « anormaux ».*

Il arrive que le forestier trouvant des points éloignés de l'ensemble des autres, n'hésite pas à les supprimer comme « aberrants », et n'en tienne pas compte. Cependant si les arbres correspondants répondent bien aux conditions fixées à l'avance, le procédé n'est pas justifié et fausse dans une certaine mesure le tarif de cubage.

Cette remarque est valable non seulement pour les procédés graphiques mais encore dans toutes les méthodes d'établissement des tarifs de cubage.

Si l'on obtient des droites (particulièrement dans la méthode de Keen et Page), on pourra calculer l'équation de la droite (attention aux échelles) afin de connaître le volume pour n'importe quel diamètre.

b) On dispose d'un peu de temps et d'une machine à calculer.

On utilisera le tarif de cubage donnant le **volume moyen par classes de diamètre (ou de surface terrière).** On utilisera un échantillon optimum au sens de Neymann, comme il a été indiqué au § III, afin d'éviter en particulier l'anomalie, signalée plus haut, du volume moyen d'une classe de diamètre, supérieur à celui de la classe de diamètre supérieure.

Dans le cas de l'inventaire total (N *fini*), il sera possible de déterminer l'erreur due au tarif ainsi déterminé (qui est dans ce cas la seule erreur possible sur le volume de la parcelle, ou du bloc inventorié). On aura en effet, au seuil 0,95 :

$$e = \pm 2\,\sigma(\bar{v})$$
$$= \pm 2\sqrt{\sum_{h=1}^{h=k}\left[\frac{N_h^2}{N^2}\left(1-\frac{n_h}{N_h}\right)\frac{\sum_i V^2{}_{ih} - n_h\overline{V}^2{}_h}{n_h(n_h-1)}\right]}$$

comme il a été indiqué au § III. 2 *a* (les quantités ayant la signification indiquée dans ce paragraphe). Le calcul de cette erreur est relativement compliqué mais n'étant pas indispensable, il n'empêche nullement de procéder à l'établissement de ce genre de tarif.

REMARQUE.

On pourra reporter sur le graphique les points moyens trouvés M_h $(D_h, \overline{V}_h)$ ou mieux $(D^2{}_h, \overline{V}_h)$: en les joignant on obtiendra une ligne polygonale brisée. On pourra redresser cette ligne en traçant le plus régulièrement possible une courbe épousant au mieux la forme de la ligne. Les ordonnées $\overline{V}_h$ des nouveaux points M'_h pourront être utilisées comme volumes moyens dans chaque classe de diamètre ou de surface terrière. Cette méthode ne permet cependant pas de déterminer l'erreur à craindre.

c) On dispose de temps, d'une machine à calculer et on désire connaître l'erreur due à l'application du tarif de cubage.

On établira dans ces cas-là les **tarifs de cubage mathématiques les plus simples** qui sont ceux dont il a été question plus haut à savoir les tarifs de la forme :

$$V = a + bD^2 \qquad \text{ou} \qquad V = AD^p.$$

Les principaux éléments à prendre en considération dans le choix entre ces deux sortes de tarifs sont indiqués ci-dessous :

	$V = a + bD^2$	$V = AD^p$
Avantages relatifs	— Calculs plus simples — Classes de volume égales	Meilleur ajustement à la réalité

L'organisation des calculs est identique dans les deux cas, à cette différence près que dans le deuxième tarif, il sera nécessaire de revenir des logarithmes aux nombres.

TABLEAU 4. — *Formulaire de récapitulation de données à partir de carnets de chantier*

Essence.. **FEUILLE N° :** ....

Référence .... **Tirage** ....

N° d'ordre (1)	N° feuille (2)	D (3)	H (4)	$\frac{\pi}{4} D^2$ (5)	V (6) = (4) × (5)	$\frac{D_2}{D_1}$ (7)	$1 - \frac{D_2}{D_1}$ (8)	$\frac{H_1}{H_1 + H_2}$ (9)	(10) (8) × (9)	(11) 1 + (10)	D (12) = (3) × (11)
				log V =						logD =	
				log V =						log D =	
				log V =						log D =	
				log V =						log D =	
				log V =						log D =	

Si on désigne par x la quantité correspondant aux diamètres (D^2 ou log D suivant le tarif), et par y la quantité correspondant aux volumes (V ou log V suivant le tarif), on pourra présenter les calculs selon le tableau 5.

En supposant que l'on suive toutes les démarches indiquées au § II. 3, on fera les opérations suivantes, à partir des totaux et moyennes calculés dans le tableau précédent :

1° *Calcul du rapport de corrélation* η :

$$\eta^2 = \frac{\sum_{h=1}^{h=k} n_h (\overline{y_h} - \overline{y})^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \overline{y})^2} = \frac{\sum_{h=1}^{h=k} n_h \overline{y_h}^2 - n\overline{y}^2}{\sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 - n\overline{y}^2}$$

2° *Vérification de la corrélation.*

On forme la quantité $\frac{n-k}{k-1} \cdot \frac{\eta^2}{1-\eta^2}$ et on vérifie qu'elle est bien supérieure au chiffre indiqué par la table de FISCHER-SNEDECOR à la colonne $n-k$ et à la ligne $k-1$, au seuil de probabilité choisi (0,05 ou 0,01).

3° *Calcul du coefficient de corrélation r* :

On a :

$$r^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})\right]^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (x_i - \overline{x})^2 \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \overline{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i - n\overline{x} \cdot \overline{y}}{\left(\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{i=n} y_i^2 - n\overline{y}^2\right)}$$

4° *Test de linéarité de la régression de y en x.*

On forme la quantité $\frac{n-k}{k-2} \times \frac{\eta^2 - r^2}{1-\eta^2}$ et on vérifie que ce nombre est inférieur au nombre indiqué dans la table de FISCHER-SNEDECOR, à la colonne $n-k$ et à la ligne $k-2$ au seuil de probabilité choisi (0,05 ou 0,01).

REMARQUE. On pourra se contenter de calculer r^2 et de vérifier que $r > r_0$, r_0 étant donné par le tableau du § III. 3*a*.

5° *Calcul des coefficients a et b* ($V = a + bD^2$) ou log A et p ($V = AD^p$).

Appelons α et β ces coefficients. On a :

$$\alpha = \overline{y} - \beta\overline{x} = \overline{y} - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i - n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - \overline{x}\sum_{i=1}^{i=n} x_i}\overline{x}$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i y_i - n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 - \overline{x}\sum_{i=1}^{i=n} x_i}$$

D'où les équations :

$$V = \alpha + \beta D^2 \qquad (V = a + bD^2)$$

ou :

$$\log V = \alpha + \beta \log D \quad (V = AD^p).$$

6° *Cas des tarifs* $V = AD^p$. *Passage aux logarithmes.*

On déterminera A tel que log A $= \alpha$. On aura :

$$V = 10^\alpha D^\beta = AD^\beta.$$

7° *Détermination des volumes moyens des classes.*

Deux solutions sont possibles :

a) On prend le volume V_m pour la valeur de $D = D_m$ correspondant au milieu de la classe :

1° classes de diamètre,

On a :

$$D_m = \frac{D_1 + D_2'}{2}$$

c'est-à-dire :

$$V_m = a + bD_m^2 = a + b\left(\frac{D_1 + D_2}{2}\right)^2$$

ou :

$$V_m = AD_m^p = A\left(\frac{D_1 + D_2}{2}\right)^p.$$

2° classes de surface terrière :

On a :

$$D_m^2 = \frac{D_1^2 + D_2^2}{2}.$$

Soit :

$$V_m = a + bD_m^2 = a + \frac{b}{2}(D_1^2 + D_2^2)$$

ou :

$$V_m = AD_m^p = A\left(\frac{D_1^2 + D_2^2}{2}\right)^{\frac{p}{2}}.$$

b) On prend le volume $V\mu$ pour la valeur de $D = D\mu$ correspondant au milieu du segment de droite représentant le tarif.

TABLEAU 5. — *Disposition des calculs*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Classes de diamètre (ou de surface terrière)	N° d'ordre	x (D^2 ou log D)	x^2 (D^4 ou $\log^2 D$)	y (V ou log V)	$\sum y$ partiel (par classe)	y^2 (V^2 ou $\log^2 V$)	$\sum y^2$ partiel (par classe)	xy
	1	x_1	x_1^2	y_1		y_1^2		$x_1 y_1$
	2	x_2	x_2^2	y_2		y_2^2		$x_2 y_2$
	3	x_3	x_3^2	y_3		y_3^2		$x_3 y_3$
$h = 1$	4	x_4	x_4^2	y_4		y_4^2		$x_4 y_4$
60 (55-65)	5	x_5	x_5^2	y_5		y_5^2		$x_5 y_5$
	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
	11	x_{11}	x_{11}^2	y_{11}		y_{11}^2		$x_{11} y_{11}$
	12	x_{12}	x_{12}^2	y_{12}		y_{12}^2		$x_{12} y_{12}$
	$n_1 = 12$			$\bar{y}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{i=12} y_i$	$\sum_{i=1}^{i=12} y_i$		$\sum_{i=1}^{i=12} y_i^2$	
$h = k$	85	x_{85}	x_{85}^2	y_{85}		y_{85}^2		$x_{85} y_{85}$
150	86	x_{86}	x_{86}^2	y_{86}		y_{86}^2		$x_{86} y_{86}$
(> 145)	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮
	89	x_{89}	x_{89}^2	y_{89}		y_{89}^2		$x_{89} y_{89}$
	90	x_{90}	x_{90}^2	y_{90}		y_{90}^2		$x_{90} y_{90}$
	$n_k = 6$			$\bar{y}_k = \frac{1}{n_k}\sum_{i=85}^{i=90} y_i$	$\sum_{i=85}^{i=90} y_i$		$\sum_{i=85}^{i=90} y_i^2$	
Totaux	$\sum_{h=1}^{h=k} n_h = N$	$\sum_{i=1}^{i=90} x_i$	$\sum_{i=1}^{i=90} x_i^2$		$\sum_{i=1}^{i=90} y_i$		$\sum_{i=1}^{i=90} y_i^2$	$\sum_{i=1}^{i=90} x_i y_i$
Moyennes		$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=90} x_i$			$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=90} y_i$			

1) Tarif en $V = a + bD^2$.

On aura :

$$D_\mu^2 = \frac{D_1^2 + D_2^2}{2}.$$

2) Tarif en $V = AD^p$.

On aura :

$$\log D_\mu = \frac{\log D_1 + \log D_2}{2} = \log \sqrt{D_1 D_2}$$

ou

$$D_\mu^2 = D_1 D_2$$

soit

$$V_\mu = A(D_1 D_2)^{\frac{p}{2}}.$$

On a résumé au tableau 6 les différents cas.

On sait que l'on a, quels que soient D_1 et D_2, $D_1^2 + D_2^2 > 2 D_1 D_2$ donc, dans le cas du tarif de cubage en $V = AD^p$, l'estimation du volume moyen par le milieu de la classe est toujours supérieure à celle établie à partir de l'abscisse du milieu du segment de la droite correspondante.

8° *Détermination de la précision* :

On calcule la quantité :

$$\sum_i (y_i - y'_i)^2 = (1 - r^2) \left(\sum_i y_i^2 - \bar{y} \sum_i y_i\right)$$

(y étant égal à V ou log V) et on aura, au seuil 0,95 sur le volume moyen $\bar{V}$ (ou sur $\overline{\log V}$), les erreurs (en %) suivantes : (tableau 7) :

TABLEAU 6

Détermination des volumes moyens des classes

	Milieu de la classe D_m ou D'_m		Milieu du segment D_μ ou D'_μ	
	$V = a + bD^2$	$V = AD^p$	$V = a + bD^2$	$V = AD^p$
Classes de diamètre (D_1, D_2)	$D_m = \frac{D_1 + D_2}{2}$	$D_m = \frac{D_1 + D_2}{2}$	$D_\mu^2 = \frac{D_1^2 + D_2^2}{2}$	$D_\mu = \sqrt{D_1 D_2}$
	$V_m = a + b\frac{(D_1 + D_2)^2}{4}$	$V_m = A\left(\frac{D_1 + D_2}{2}\right)^p$	$V_\mu = a + b\frac{D_1^2 + D_2^2}{2}$	$V_\mu = A(D_1 D_2)^{p/2}$
Classes de surface terrière $(D_1'^2, D_2'^2)$	$D_m'^2 = \frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}$	$D_m'^2 = \frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}$	$D_\mu'^2 = \frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}$	$D'_\mu = \sqrt{D'_1 D'_2}$
	$V'_m = a + b\frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}$	$V'_m = A\left(\frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}\right)^{p/2}$	$V'_\mu = a + b\frac{D_1'^2 + D_2'^2}{2}$	$V'_\mu = A(D'_1 D'_2)^{p/2}$

TABLEAU 7

Erreurs en % au seuil 0,95

	$V = a + bD^2$ Erreur sur le volume moyen $\bar{V}$	$V = AD^p$ Erreur sur $\overline{\log V} = \log \sqrt[n]{V_1 V_2 \dots V_n}$
N fini	$e = \pm \frac{200}{\bar{V}} \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \times \sqrt{\frac{(1 - r^2)(\Sigma V_i^2 - \bar{V} \Sigma V_i)}{n - 2}}$	$e = \pm \frac{200}{\overline{\log V}} \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{n}{N}} \times \sqrt{\frac{(1 - r^2)(\Sigma \log^2 V_i - \overline{\log V} \Sigma \log V_i)}{n - 2}}$
N très grand	$e = \pm \frac{200}{\bar{V}} \frac{1}{\sqrt{q}} \sqrt{\frac{(1 - r^2)(\Sigma V_i^2 - \bar{V} \Sigma V_i)}{n - 1}}$	$e = \pm \frac{200}{\overline{\log V}} \frac{1}{\sqrt{q}} \times \sqrt{\frac{(1 - r^2)(\Sigma \log^2 V_i - \overline{\log V} \Sigma \log V_i)}{n - 1}}$

Dans le cas des tarifs de cubage en $V = AD^p$, on posera :

$$10^{|e|} = 1 + h$$

et on aura :

$$\frac{\overline{V}'}{1+h} < \overline{V} < \overline{V}'(1+h)$$

avec :

$$\overline{V}' = \sqrt[n]{V_1\ V_2\ \dots\ V_n}\ .$$

V. — CONCLUSION

Dans cette étude trop courte, on n'a pas abordé le problème général très important de la construction de tarifs mathématiques à la fois mieux ajustés et plus compliqués, à une ou plusieurs entrées. On conçoit aisément qu'on puisse déterminer par le calcul des formules plus complètes qu'on ajuste le plus précisément possible à l'ensemble des valeurs trouvées pour l'échantillon, formules qui ont été définies pour certains types de peuplements en zone tempérée.

En fait, le problème en forêt tropicale ne se pose pas de la même façon : les erreurs d'observation ou aléatoires (dues aux sondages à taux très faibles) rendent illusoire, le plus souvent, l'amélioration minime de la précision sur le tarif de cubage que pourraient apporter des formules plus complexes. Ainsi dans un inventaire forestier fait en République Centrafricaine, et portant sur près de 500.000 hectares, au taux de prospection relativement fort de 1 %, on a obtenu les erreurs suivantes dues au sondage (en %, sur les volumes totaux au seuil 0,95) :

Essences / Surfaces (ha)	Sapelli (densité régulière de 1 à 2 tiges de D > 60 à l'ha)	12 Essences Commerciales
20.000	± 18,2 %	± 12,3 %
28.000	± 14,7 %	± 9,2 %
48.000	± 11,6 %	± 7,4 %
125.000	± 7,8 %	± 5,3 %

Dans la forêt dense du Gabon.

Photo Secrétariat Général à l'Information du Gabon.

Or, l'ordre de grandeur des erreurs dues aux tarifs de cubage mathématiques en $V = AD^p$ sur ces mêmes volumes varie de 3,5 % (pour 20.000 ha) à 1,5 % (pour 125.000 ha), ce type d'erreur se composant avec l'erreur due au sondage pour donner l'erreur totale sur les volumes.

En supposant que des tarifs de cubage plus complexes et mieux ajustés diminuent l'erreur jusqu'à 2,0 % pour 20.000 ha (dimension d'un permis d'exploitation), on vérifie sur cet exemple que l'incidence de cette amélioration reste faible sur la précision finale au regard du surcroît de travail demandé (augmentation des effectifs à cuber des échantillons pour chacune des 12 essences, complexité accrue des calculs, etc...).

Il importe donc, non tant de réduire le plus possible et à n'importe quel prix, l'erreur due aux tarifs de cubage, que d'être en mesure de déterminer celle-ci avec exactitude. Ceci suppose, comme on l'a montré plus haut, que l'on apporte à leur établissement le maximum d'objectivité et de rigueur.

BIBLIOGRAPHIE

(1) Abadie (J.) et Ayral (P.). — Méthode de calcul du volume des peuplements sur pied dans les places d'essais de sylviculture. Annales de l'Ecole Nationale des Eaux et Forêts et de la station de Recherches et Expériences. Tome XV, Fascicule 1, page 1 à 135, 1956.

(2) Bernard (F.). — Etablissement d'un tarif de cubage. Etude statistique. Quelques résultats pour le Gabon. Publication du C. T. F. T. 1956.

(3) Desabie (J.). — Théorie et Pratique des Sondages (I. N. S. E. E.).

(4) Parde (J.). — Dendrométrie.

(5) Vessereau (A.). — Méthodes statistiques en biologie et en agronomie chez J. B. Baillères et fils, Paris, 2e édition 1960.

(6) Yates (F.). — Méthodes de sondage pour recensements et enquêtes. Traduction de G. Darmois, chez Masson et Dunod.

Sous-bois dans la forêt du Banco. Côte d'Ivoire.

Photo Aubréville, 1957.